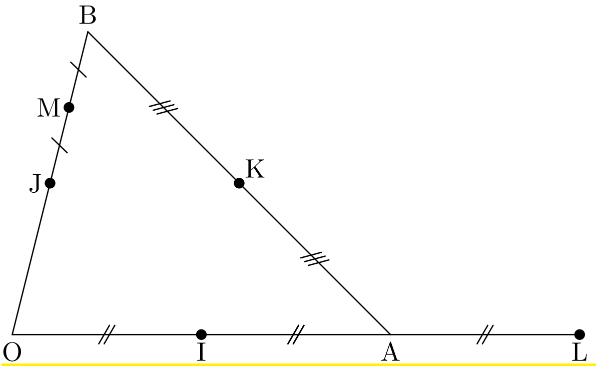
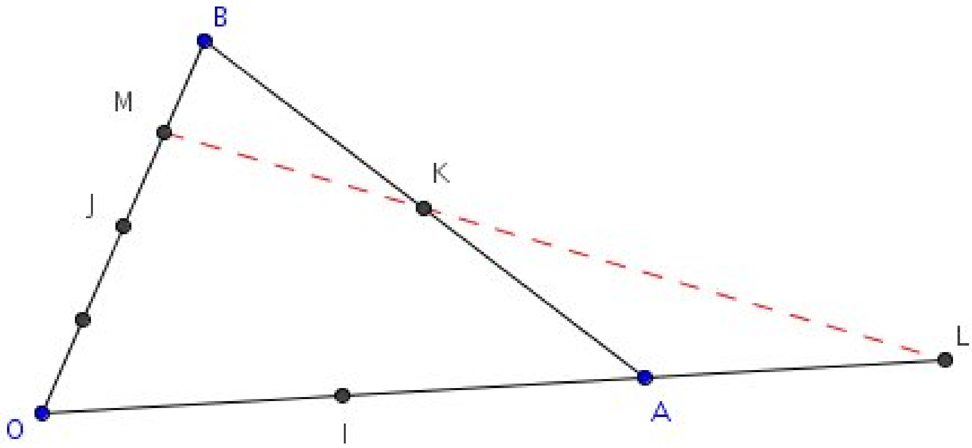
Exercice 1



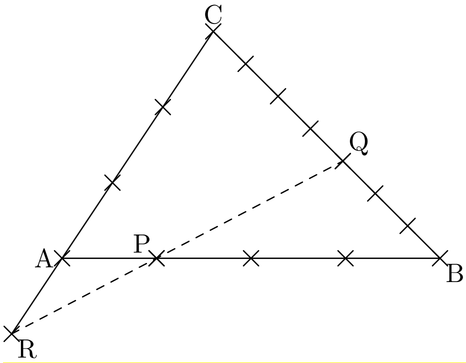
Dans la figure ci-contre, I, J et K sont les milieux des côtés du triangle OAB.
L est le symétrique de I par rapport à A et M est le milieu de $[BJ]$.

Montrer que L, K et M sont alignés.

Figure

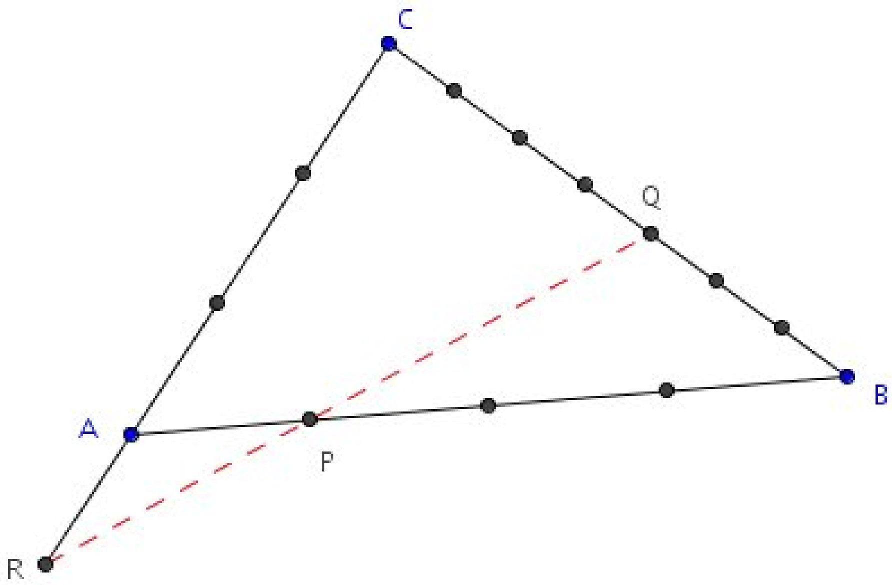


Exercice 2

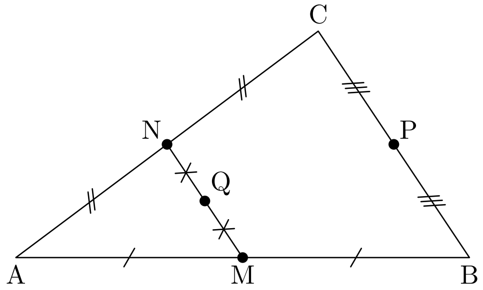


Les points P, Q et R sont-ils alignés ?

Figure



Exercice 3



Montrer que Q est le milieu de $[AP]$.

Exercice 4

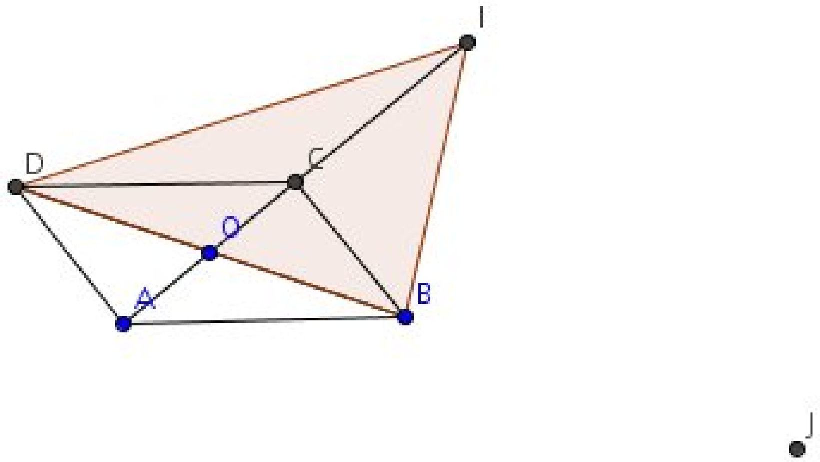
Soit $ABCD$ un parallélogramme de centre O.
Soit I le symétrique de A par rapport à C et J le symétrique de D par rapport à B.

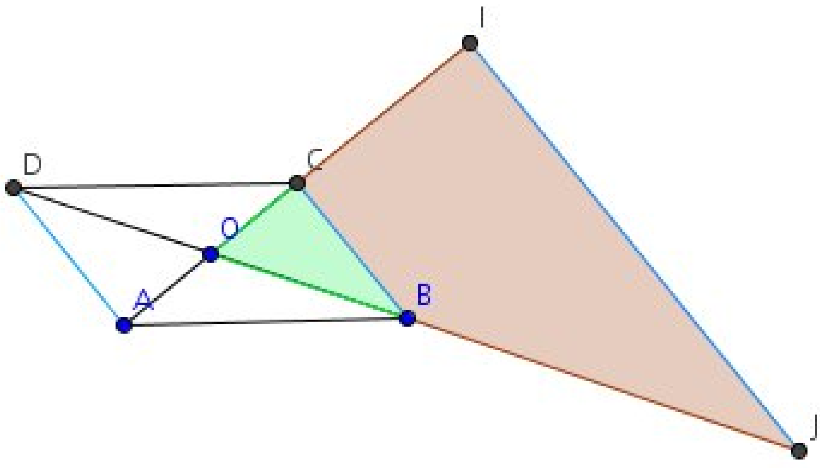
1) Montrer que C est le centre de gravité du triangle DBI.

2) Montrer que (IJ) est parallèle à (BC). En déduire la nature du quadrilatère $BCIJ$.

3) Exprimer l'aire du triangle OBC en fonction de l'aire du quadrilatère $BCIJ$.

Illustration





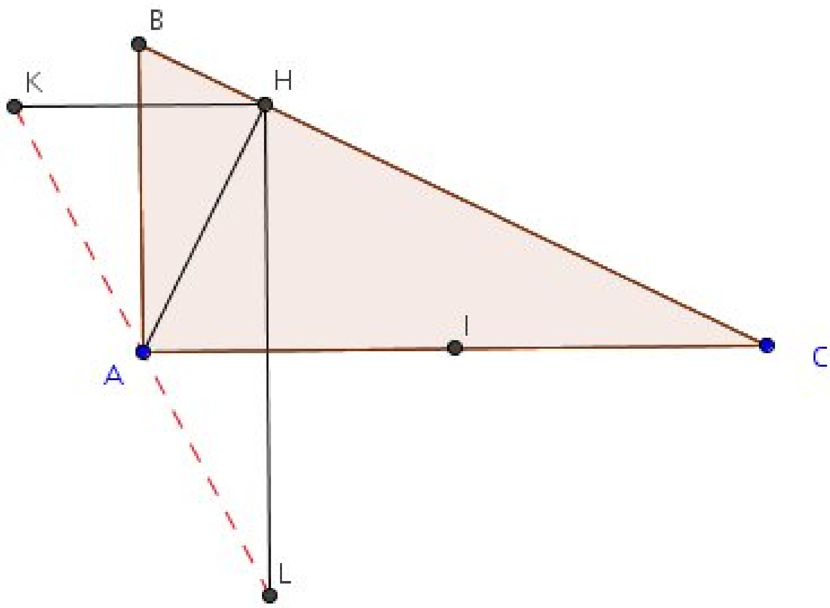
Exercice 5

Soit ABC un triangle rectangle en A tel que $AB = 4\ cm$ et $AC = 8\ cm$.
H est le pied de la hauteur issue de A.
K est le symétrique du point H dans la symétrie d'axe (AB).
L est le symétrique du point H dans la symétrie d'axe (AC).

1) Faire une figure.
2) Calculer BC. Donner le résultat exact sous une forme simplifiée.
3) Après avoir exprimé l'aire du triangle ABC de deux façons, calculer AH. Donner le résultat exact sous une forme simplifiée.
4) Montrer que A est le milieu du segment $[LK]$.

NB : la question 4 est indépendante des questions 2 et 3.

Illustration



Exercice 6

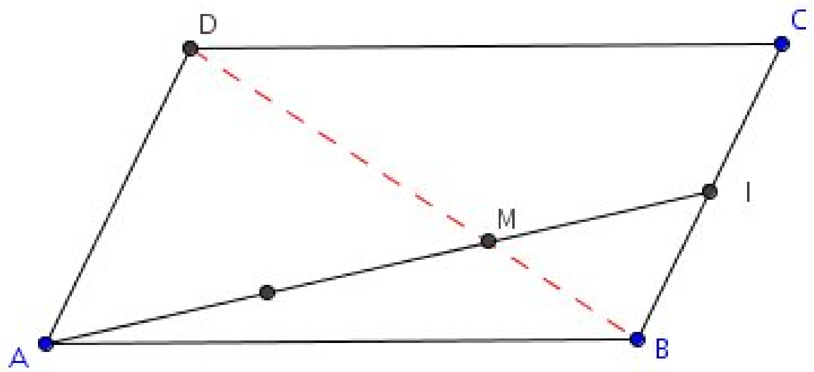
$ABCD$ est un parallélogramme.
I est le milieu de $[BC]$.
M est le point du segment $[AI]$ tel que $IM = \frac{1}{3}IA$.

1) Faire une figure.

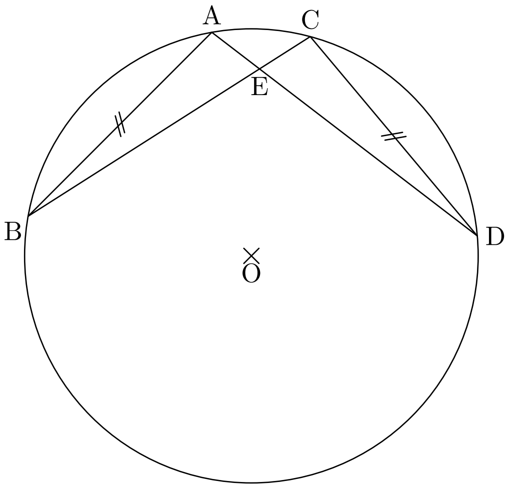
2) Que représente le point M pour le triangle ABC ? Justifier la réponse.

3) En déduire l'alignement des points B, M et D.

Illustration



Exercice 7

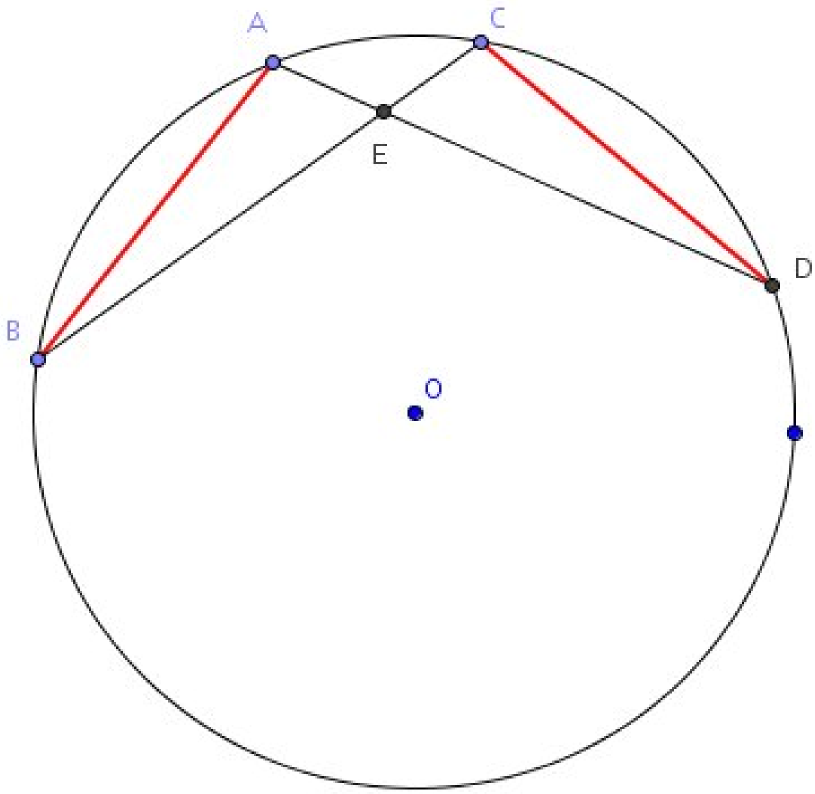


Dans ce cercle, les cordes $[AB]$ et $[CD]$ ont la même longueur.

Démontrer que les triangles EAB et ECD sont isométriques.

En déduire que la droite (OE) est la médiatrice du segment $[BD]$.

Illustration

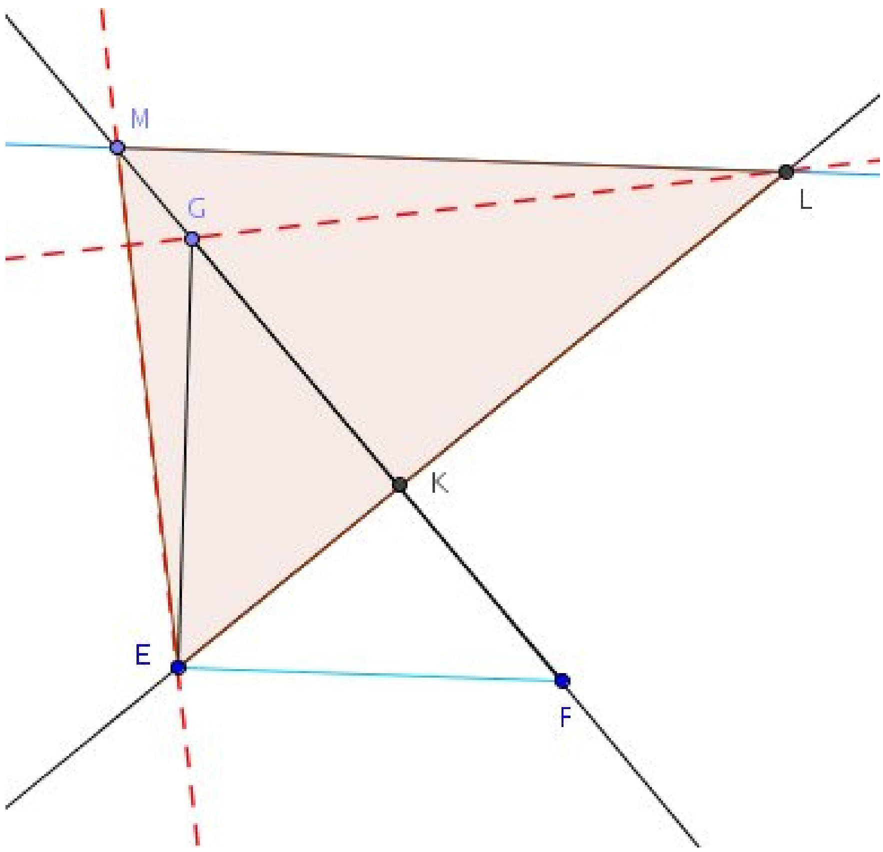


Exercice 8

EFG est un triangle rectangle en E.
$[EK]$ est la hauteur issue de E.
M est un point quelconque de la droite (FG).
La parallèle à (EF) passant par M coupe (EK) en L.

Montrer que (LG) et (EM) sont perpendiculaires.

Illustration

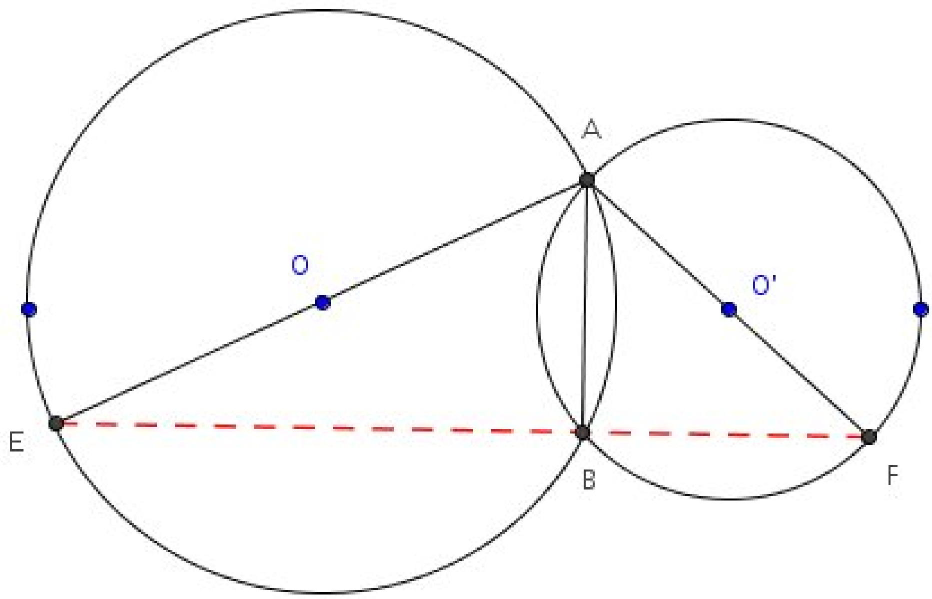


Exercice 9

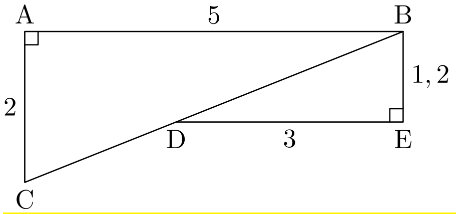
Deux cercles $(\mathcal{C})$ et $(\mathcal{C}')$, de centre O et O', de rayon R et R', se coupent en A et B.
E est le point diamétralement opposé à A sur $(\mathcal{C})$.
F est le point diamétralement opposé à A sur $(\mathcal{C}')$.

Montrer que les points E, B et F sont alignés.

Illustration



Exercice 10



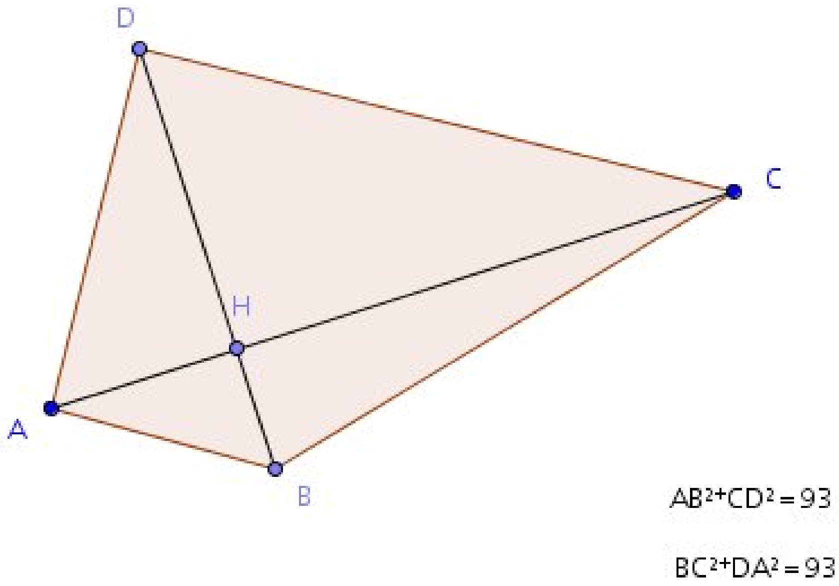
Montrer que les droites (AB) et (DE) sont parallèles.

Exercice 11

Un quadrilatère $ABCD$ a ses diagonales perpendiculaires.

Montrer que : $AB^2 + CD^2 = BC^2 + DA^2$.

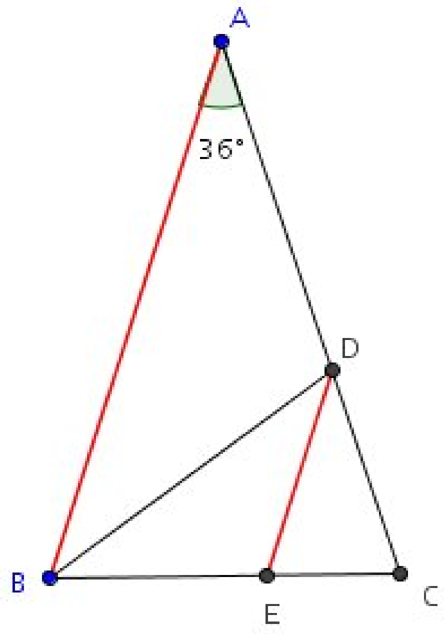
Illustration



Exercice 12

ABC est un triangle isocèle en A tel que $\widehat{BAC} = 36°$.
La bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$ coupe (AC) en D.
La bissectrice de l'angle $\widehat{BDC}$ coupe (BC) en E.
Démontrer que les droites (AB) et (DE) sont parallèles.

Illustration

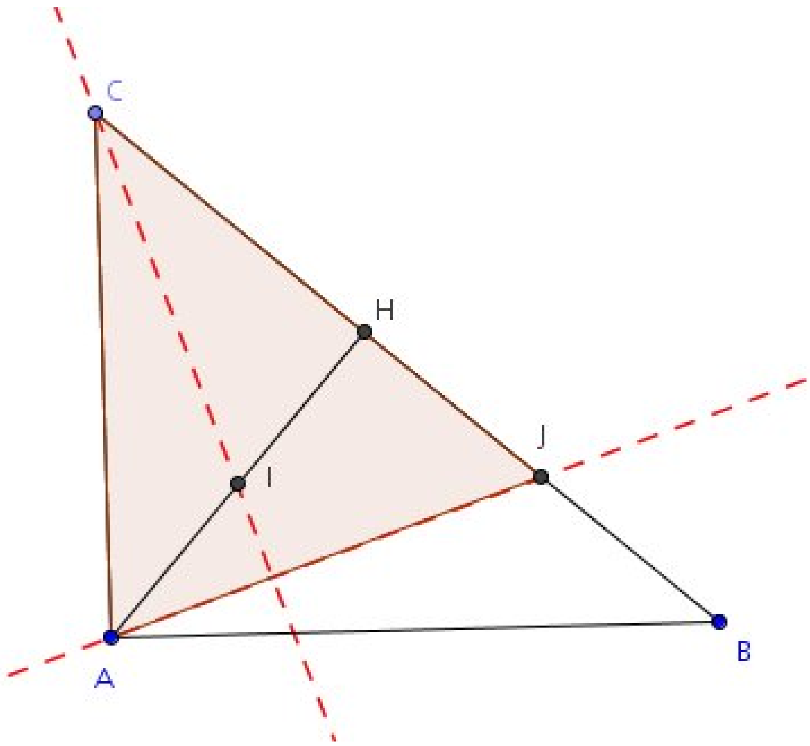


Exercice 13

ABC est un triangle rectangle en A.
H est le projeté orthogonal de A sur $[BC]$.
I est le milieu de $[AH]$ et J est le milieu de $[HB]$.

Montrer que les droites (CI) et (AJ) sont perpendiculaires.

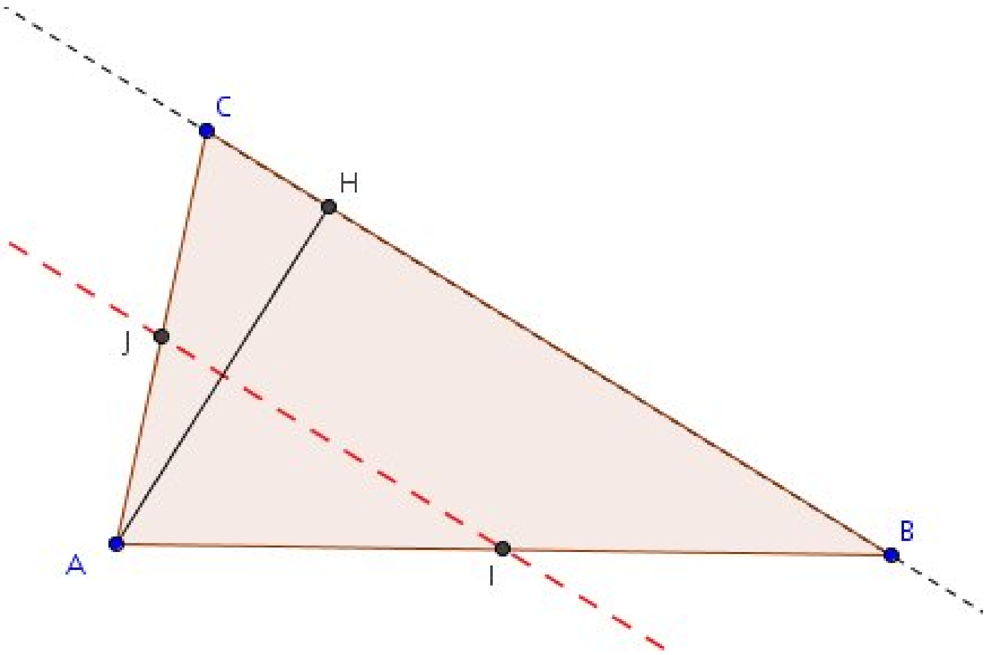
Illustration



Exercice 14

Dans un triangle ABC, on note I le milieu de $[AB]$, J le milieu de $[AC]$ et H le pied de la hauteur issue de A.
Démontrer que (IJ) est la médiatrice de $[AH]$.

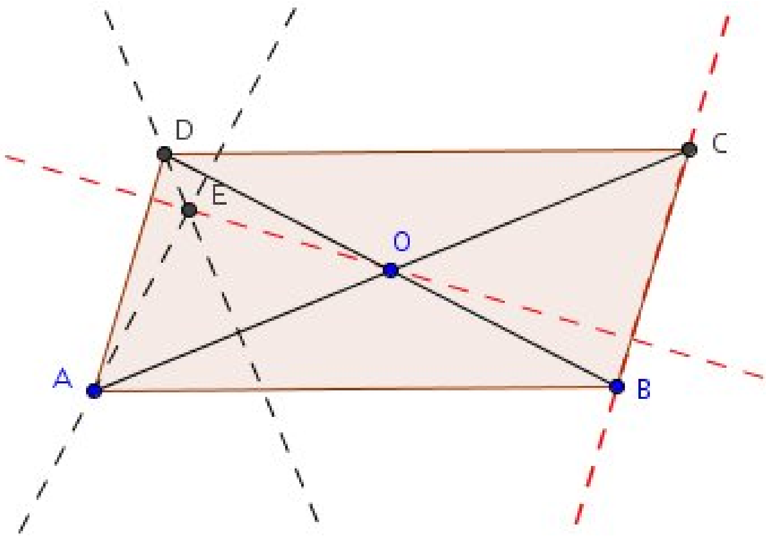
Illustration



Exercice 15

Soit $ABCD$ un parallélogramme de centre O.
Soit (d) la perpendiculaire à (AC) passant par D, et (d') la perpendiculaire à la droite (BD) passant par A.
Soit E le point d'intersection de (d) et (d').
Montrer que (OE) est perpendiculaire à (BC).
Une figure à main levée claire est indispensable.
La rédaction séparera clairement chaque étape du raisonnement, en l'illustrant si besoin de schémas.
On fera très attention aux notations.

Illustration



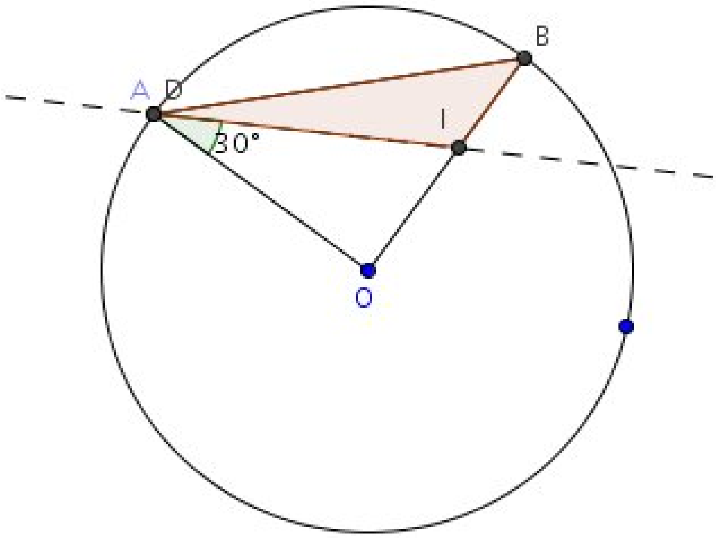
Exercice 16

Soit A et B deux points d'un cercle $(\mathcal{C})$ de centre O tel que l'angle $\widehat{BOA}$ soit droit.
Soit I un point du segment $[OB]$ tel que $\widehat{IAO} = 30^o$.
La droite (IA) recoupe le cercle $(\mathcal{C})$ en D.

1) Faire un schéma à main levée aussi claire que possible.

2) Calculer les angles du triangle IDB.

Illustration



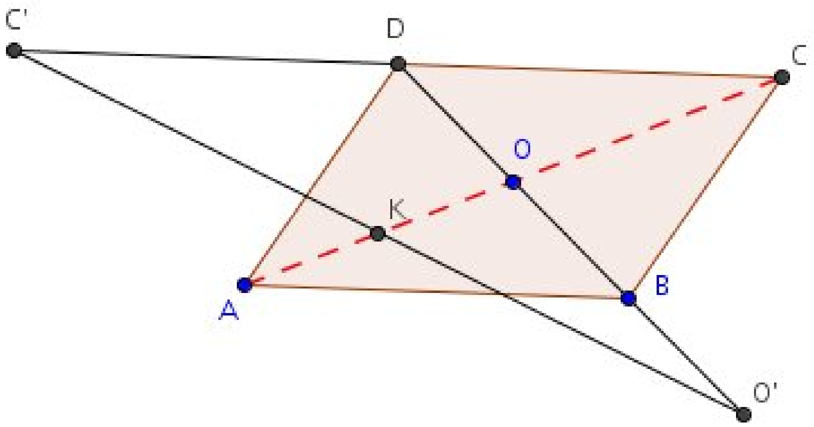
Exercice 17

$ABCD$ est un parallélogramme de centre O.
O' est le symétrique de O par rapport à B.
C' est le symétrique de C par rapport à D.

1) Faire une figure.

2) Montrer que le milieu K de $[O'C']$ est aligné avec les points A et C.

Illustration



Exercice 18

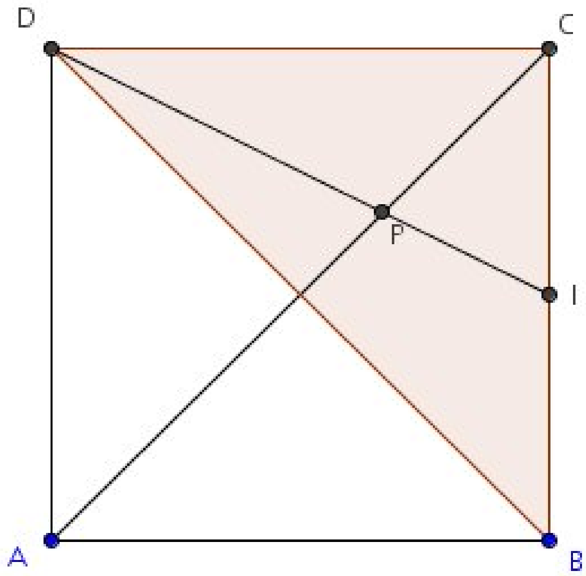
$ABCD$ est un carré. I est le milieu de $[BC]$ et P est le point d'intersection de $[DI]$ et $[AC]$.

1) Faire une figure.

2) Montrer que P est le centre de gravité du triangle BCD.

3) En déduire la place de P sur le segment $[CA]$.

Illustration



Exercice 19

Exercice 20

Exercice 21

Exercice 22

Exercice 23

Exercice 24

Exercice 25

Exercice 26

Exercice 27

Exercice 28

Exercice 29

Exercice 30

Exercice 31

Exercice 32

Exercice 33

Exercice 34

Exercice 35

Exercice 36

Exercice 37

Exercice 38

Exercice 39

Exercice 40

Exercice 41

Exercice 42

Exercice 43

Exercice 44

Exercice 45

Exercice 46

Exercice 47

Exercice 48

Exercice 49

Exercice 50