VECTEURS

Des nombres géométriques...

Guillaume CONNAN

Lycée Notre-Dame - $2^{nde}5$

Décembre 2018

Sommaire

Sommaire


DES VECTEURS,
des maladies

Du latin vector, dérivé de veho (« transporter »)

Du latin vector, dérivé de veho (« transporter »)
Organisme qui ne provoque pas lui-même une maladie mais qui disperse l'infection en transportant les agents pathogènes d'un hôte à l'autre.

Die Wissenschaft

der

extensiven Grösse

oder

die Ausdehnungslehre,

eine neue mathematische Disciplin

dargestellt und durch Anwendungen erläutert

von

Hermann Grassmann

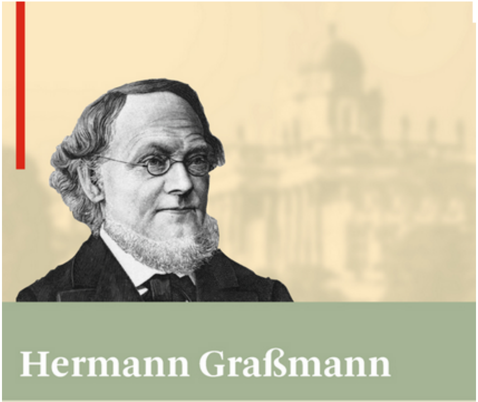
Lehrer an der Friedrich-Wilhelms-Schule zu Stettin.

Erster Theil,

die **lineale Ausdehnungslehre** enthaltend.

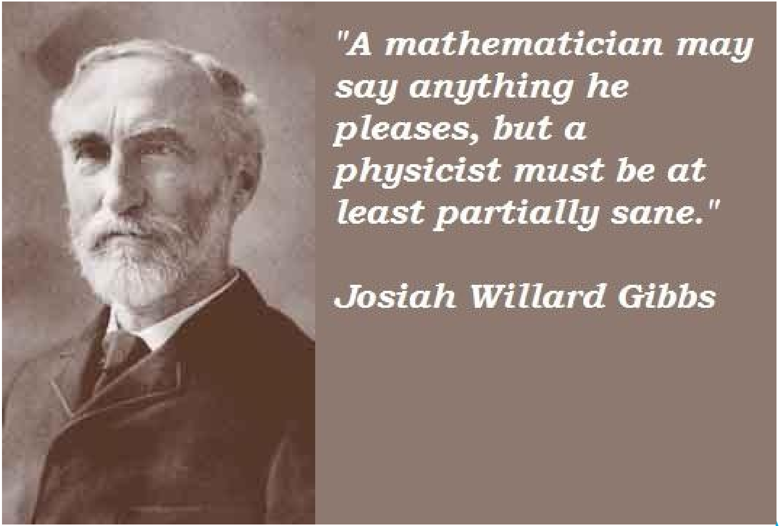
Leipzig, 1844.

Verlag von Otto Wigand.



Hermann Grassmann 1809-1877

William Rowan Hamilton 1805-1865



J.Willard Gibbs 1839-1903

Professor Gibbs must be ranked as one of the retarders of progress in virtue of his pamphlet on ***Vector Analysis****, a sort of hermaphrodite monster*

Peter Guthrie Tait in « an elementary treatise on Quaternions » (1867)

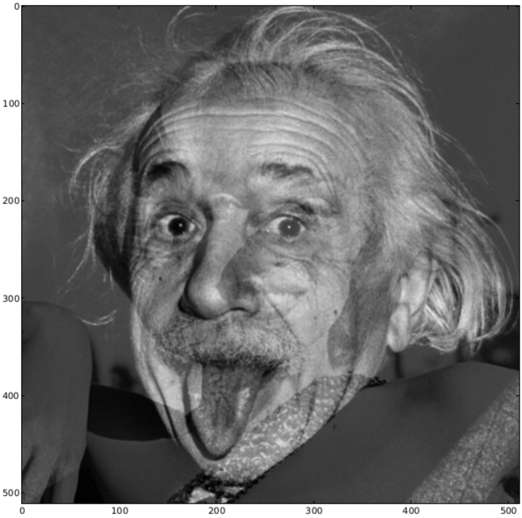
Oliver Heaviside 1850–1925

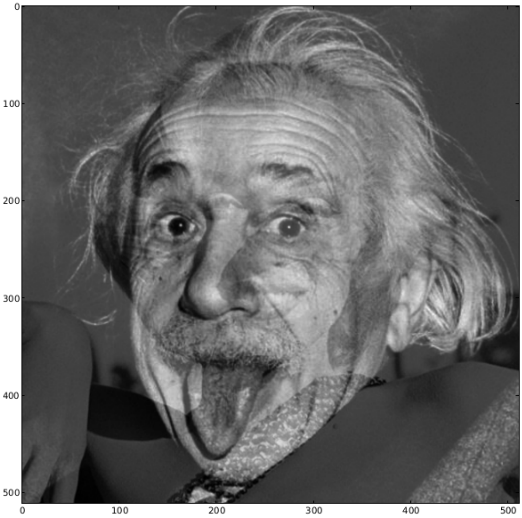

0
100
200
300
400
500
0
100
200
300
400
500

$3 \times$ Marylin $+$ Albert


0
100
200
300
400
500
0
100
200
300
400
500

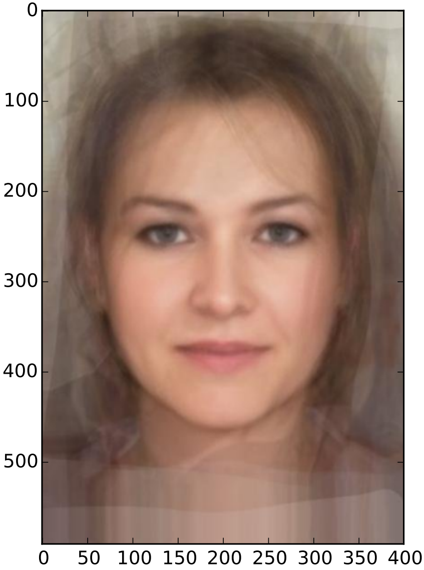
Marylin + Albert

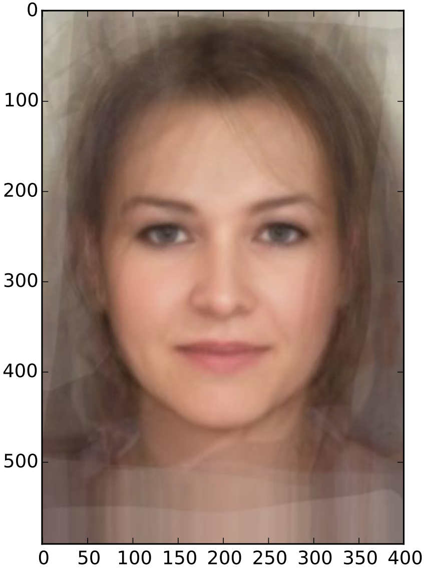

0
100
200
300
400
500
0
100
200
300
400
500

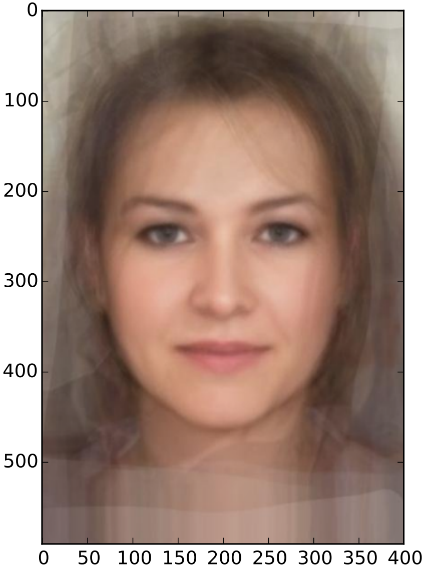


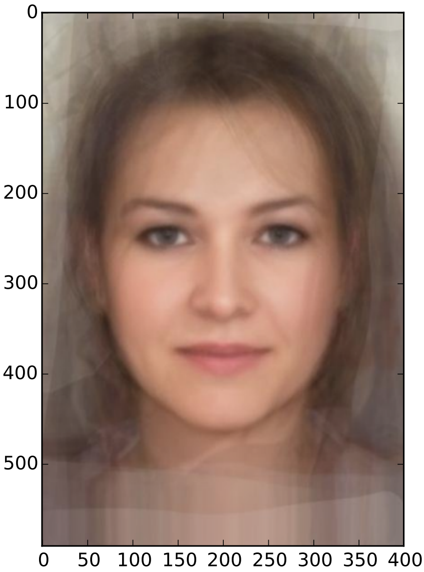
Marylin $+ 3 \times$ Albert

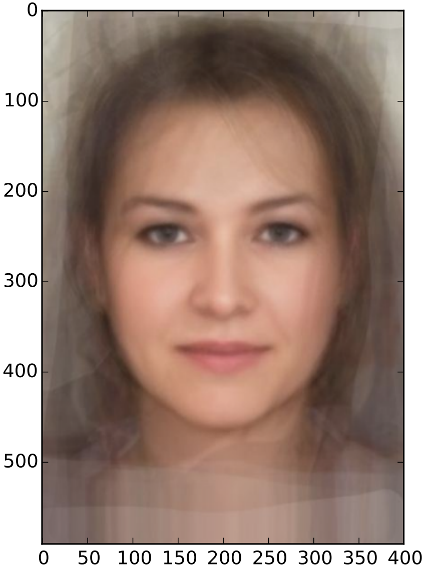
Or more smoothly

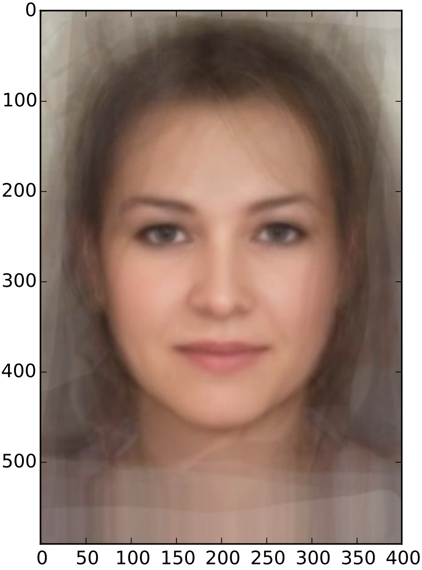

0
100
200
300
400
500
0 50 100 150 200 250 300 350 400

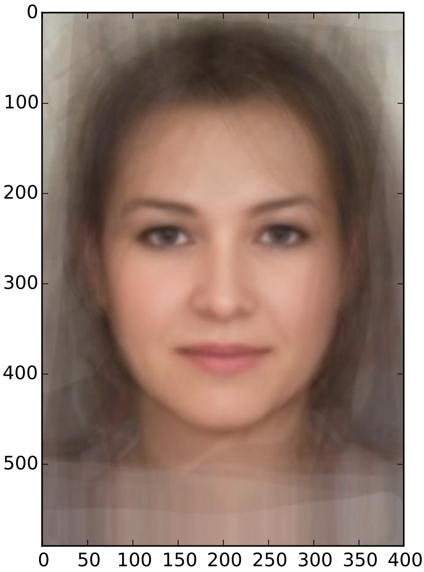

0
100
200
300
400
500
0 50 100 150 200 250 300 350 400

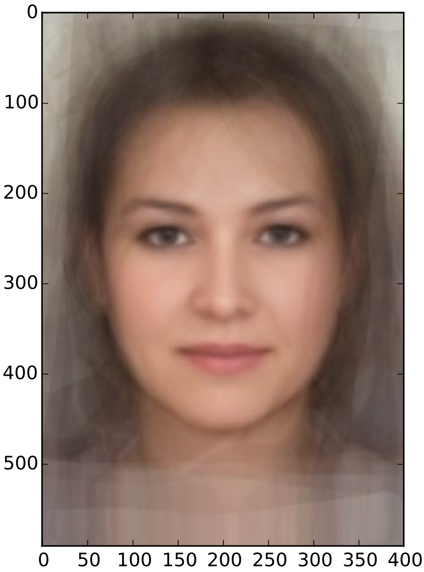

0
100
200
300
400
500
0 50 100 150 200 250 300 350 400

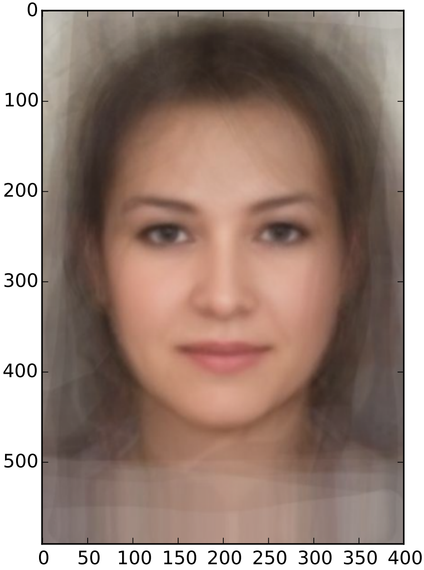

0
100
200
300
400
500
0 50 100 150 200 250 300 350 400

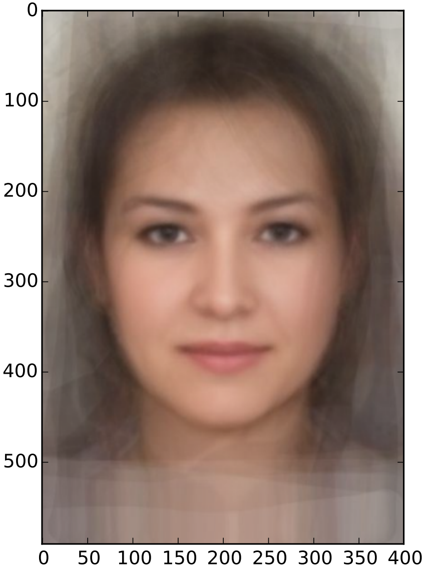

0
100
200
300
400
500
0 50 100 150 200 250 300 350 400

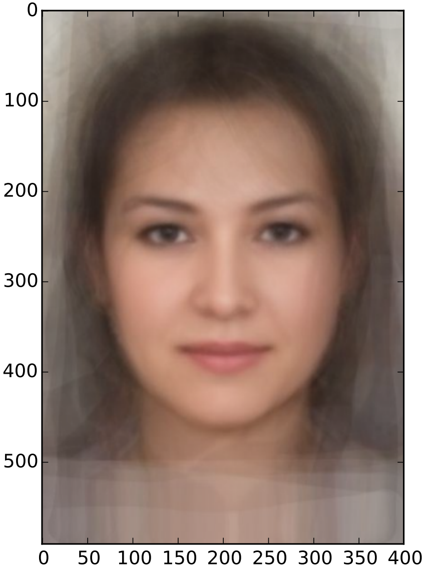

0
100
200
300
400
500
0 50 100 150 200 250 300 350 400

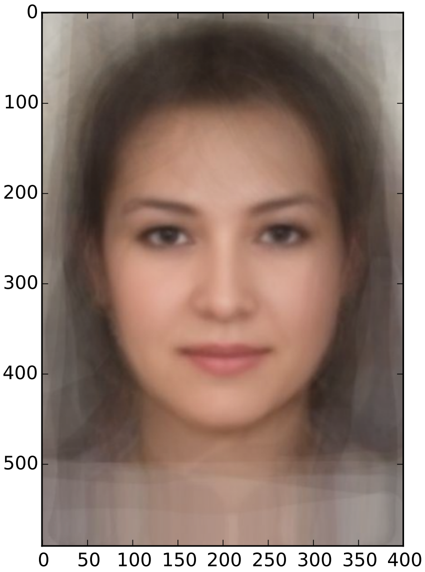

0
100
200
300
400
500
0 50 100 150 200 250 300 350 400

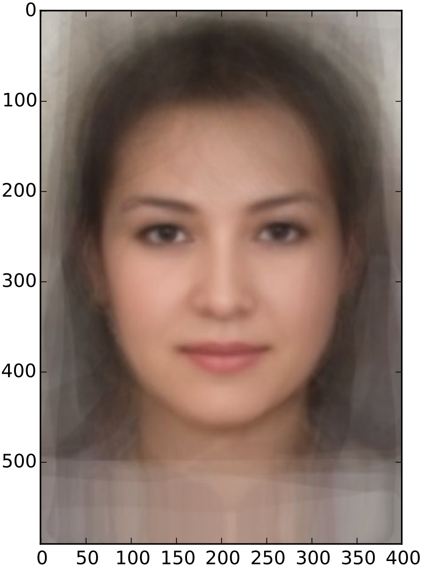

0
100
200
300
400
500
0 50 100 150 200 250 300 350 400

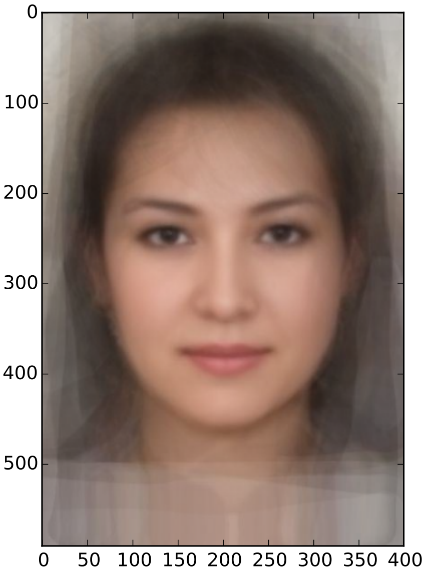

0
100
200
300
400
500
0
50
100
150
200
250
300
350
400

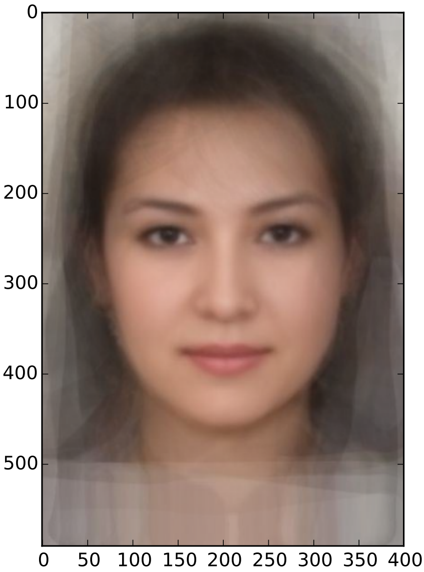

0
100
200
300
400
500
0 50 100 150 200 250 300 350 400

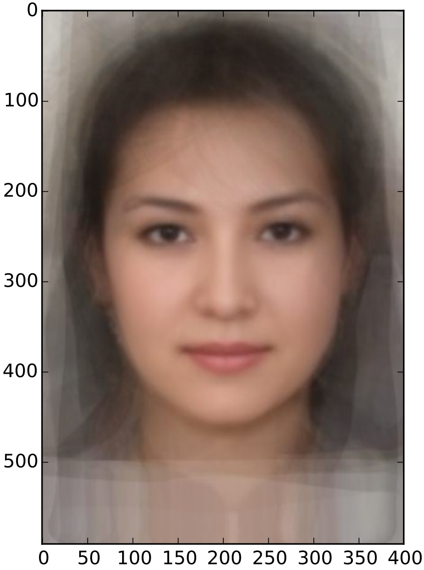

0
100
200
300
400
500
0 50 100 150 200 250 300 350 400

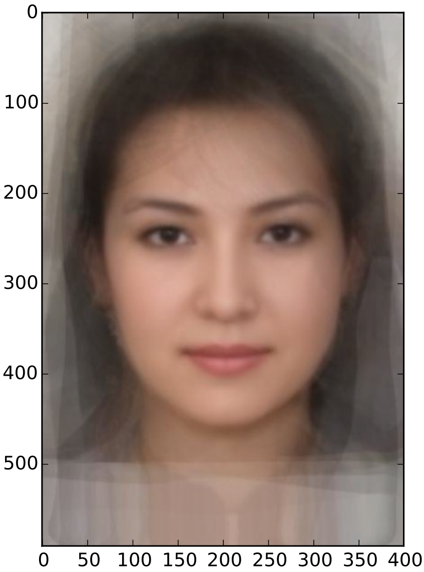

0
100
200
300
400
500
0 50 100 150 200 250 300 350 400

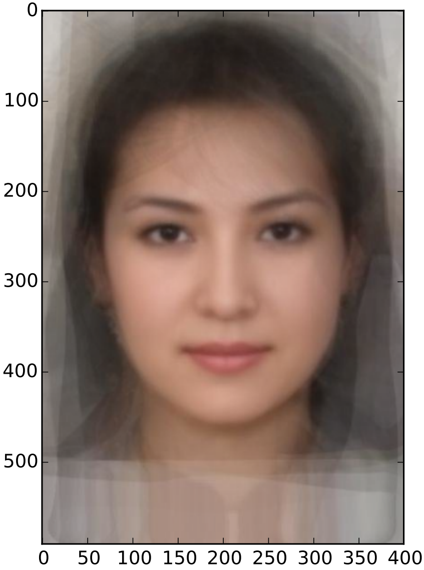

0
100
200
300
400
500
0 50 100 150 200 250 300 350 400

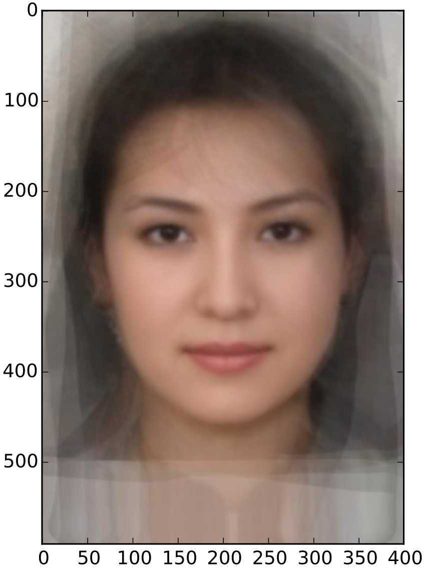

0
100
200
300
400
500
0
50
100
150
200
250
300
350
400

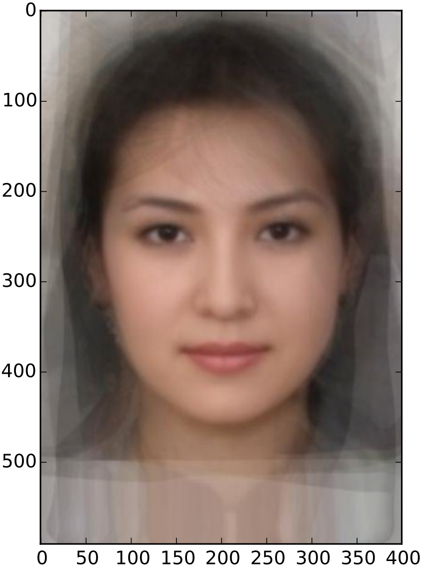

0
100
200
300
400
500
0
50
100
150
200
250
300
350
400

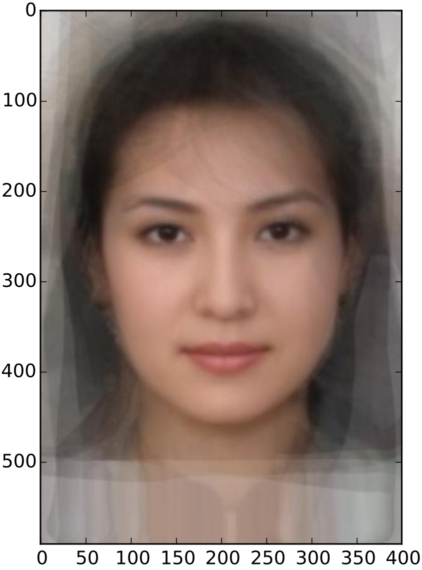

0
100
200
300
400
500
0
50
100
150
200
250
300
350
400


0
100
200
300
400
500
0
50
100
150
200
250
300
350
400

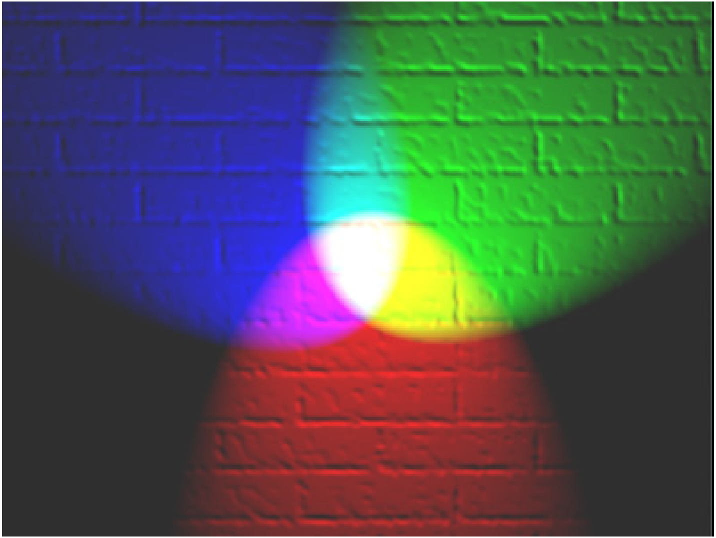

0
100
200
300
400
500
0 50 100 150 200 250 300 350 400


0
100
200
300
400
500
0
50
100
150
200
250
300
350
400

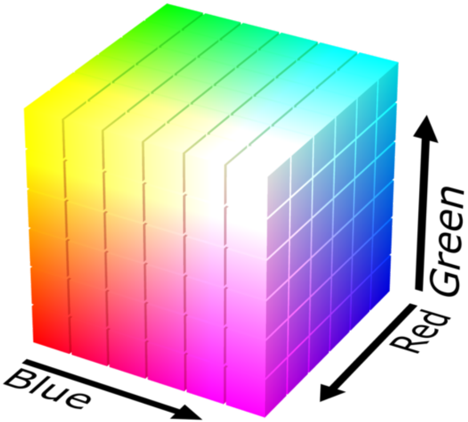

0
100
200
300
400
500
0 50 100 150 200 250 300 350 400


0
100
200
300
400
500
0
50
100
150
200
250
300
350
400

Un vecteur c'est aussi ça :



Enfin putôt ça :



- $\text{Red} = [1, 0, 0]$

- Red = [1, 0, 0]
- Green = [0, 1, 0]

- Red $= [1, 0, 0]$
- Green $= [0, 1, 0]$
- Blue $= [0, 0, 1]$

- Red $= [1, 0, 0]$
- Green $= [0, 1, 0]$
- Blue $= [0, 0, 1]$
- Purple $= [0.5, 0, 0.5] = 0.5\times$Red $+\ 0.5\times$ Blue

- Red $= [1, 0, 0]$
- Green $= [0, 1, 0]$
- Blue $= [0, 0, 1]$
- Purple $= [0.5, 0, 0.5] = 0.5\times$Red $+ 0.5\times$ Blue
- Olive $= [0.5, 0.5, 0] = 0.5\times$Red $+ 0.5\times$Green

- Red $= [1, 0, 0]$
- Green $= [0, 1, 0]$
- Blue $= [0, 0, 1]$
- Purple $= [0.5, 0, 0.5] = 0.5\times$Red $+ 0.5\times$ Blue
- Olive $= [0.5, 0.5, 0] = 0.5\times$Red $+ 0.5\times$Green
- Yellow $= [1, 1, 0] =$ Red $+$ Green

- Red $= [1, 0, 0]$
- Green $= [0, 1, 0]$
- Blue $= [0, 0, 1]$
- Purple $= [0.5, 0, 0.5] = 0.5\times$Red $+ 0.5\times$ Blue
- Olive $= [0.5, 0.5, 0] = 0.5\times$Red $+ 0.5\times$Green
- Yellow $= [1, 1, 0] =$ Red $+$ Green
- Pink $= [1, 0.75, 0.80] =$ Red $+ 0.75\times$Green $+ 0.80\times$Blue

- Red = [1, 0, 0]
- Green = [0, 1, 0]
- Blue = [0, 0, 1]
- Purple = [0.5, 0, 0.5] = 0.5×Red + 0.5× Blue
- Olive = [0.5, 0.5, 0] = 0.5×Red + 0.5×Green
- Yellow = [1, 1, 0] = Red + Green
- Pink = [1, 0.75, 0.80] = Red + 0.75×Green + 0.80×Blue
- White = [1, 1, 1] = Red + Green + Blue

- Red, Green et Blue sont les couleurs de BASE.
- Pink a pour coordonnées $[1, 0.75, 0.80]$ dans la base (Red, Green, Blue)
- $\overrightarrow{\text{Pink}} = \overrightarrow{\text{Red}} + 0.75 \cdot \overrightarrow{\text{Green}} + 0.8 \cdot \overrightarrow{\text{Blue}}$
-

```
>>> from numpy import array
>>> red = array([1,0,0])
>>> green = array([0,1,0])
>>> blue = array([0,0,1])
>>> pink = red + 0.75*green + 0.8*blue
>>> pink
array([ 1.  ,  0.75,  0.8 ])
```

Énigme

En HTML, pour désigner la couleur d'un objet, on donne son code **hexadécimal** :

Énigme

En HTML, pour désigner la couleur d'un objet, on donne son code **hexadécimal** :

- Red $= \#FF0000$

Énigme

En HTML, pour désigner la couleur d'un objet, on donne son code **hexadécimal** :

- Red $=$ #FF0000
- Green $=$ #00FF00

Énigme

En HTML, pour désigner la couleur d'un objet, on donne son code **hexadécimal** :

- Red $= \#FF0000$
- Green $= \#00FF00$
- Blue $= \#0000FF$

Énigme

En HTML, pour désigner la couleur d'un objet, on donne son code **hexadécimal** :

- Red $=$ #FF0000
- Green $=$ #00FF00
- Blue $=$ #0000FF
- Olive $=$ #808000

Énigme

En HTML, pour désigner la couleur d'un objet, on donne son code **hexadécimal** :

- Red = #FF0000
- Green = #00FF00
- Blue = #0000FF
- Olive = #808000
- Purple = #800080

Énigme

En HTML, pour désigner la couleur d'un objet, on donne son code **hexadécimal** :

- Red = #FF0000
- Green = #00FF00
- Blue = #0000FF
- Olive = #808000
- Purple = #800080
- Pink = #FFC0CB

Énigme

En HTML, pour désigner la couleur d'un objet, on donne son code **hexadécimal** :

- Red = #FF0000
- Green = #00FF00
- Blue = #0000FF
- Olive = #808000
- Purple = #800080
- Pink = #FFC0CB

Énigme

En HTML, pour désigner la couleur d'un objet, on donne son code **hexadécimal** :

- Red = #FF0000
- Green = #00FF00
- Blue = #0000FF
- Olive = #808000
- Purple = #800080
- Pink = #FFC0CB

Sauriez-vous l'expliquer ?

En mécanique, un vecteur c'est une force.

En mécanique, un vecteur c'est une force.
En électronique, ça peut être une impédance.

En mécanique, un vecteur c'est une force.
En électronique, ça peut être une impédance.
En informatique, ça peut être un message.

En mécanique, un vecteur c'est une force.
En électronique, ça peut être une impédance.
En informatique, ça peut être un message.
Un vecteur, au lycée en 2018, c'est un **déplacement**.

En mécanique, un vecteur c'est une force.
En électronique, ça peut être une impédance.
En informatique, ça peut être un message.
Un vecteur, au lycée en 2018, c'est un **déplacement**.
Mais il faut comprendre que ce n'est qu'un exemple de vecteur.

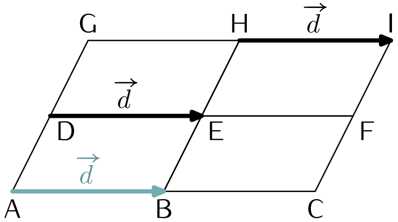
En mécanique, un vecteur c'est une force.
En électronique, ça peut être une impédance.
En informatique, ça peut être un message.
Un vecteur, au lycée en 2018, c'est un **déplacement**.
Mais il faut comprendre que ce n'est qu'un exemple de vecteur.
Même au lycée, nous rencontrerons d'autres vecteurs : les intégrales, les nombres complexes,...

En mécanique, un vecteur c'est une force.
En électronique, ça peut être une impédance.
En informatique, ça peut être un message.
Un vecteur, au lycée en 2018, c'est un **déplacement**.
Mais il faut comprendre que ce n'est qu'un exemple de vecteur.
Même au lycée, nous rencontrerons d'autres vecteurs : les intégrales, les nombres complexes,...
Un vecteur est simplement un élément d'un espace vectoriel...mais ceci est une autre histoire...

Sommaire

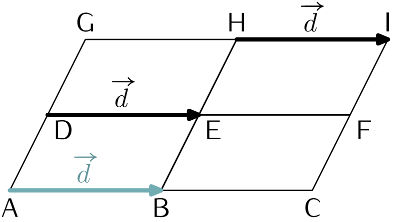
Nous ne pouvons pas, à notre niveau, donner une définition rigoureuse d'un vecteur du plan. Disons que concrètement, un vecteur est un **déplacement** :

Nous ne pouvons pas, à notre niveau, donner une définition rigoureuse d'un vecteur du plan. Disons que concrètement, un vecteur est un **déplacement** :



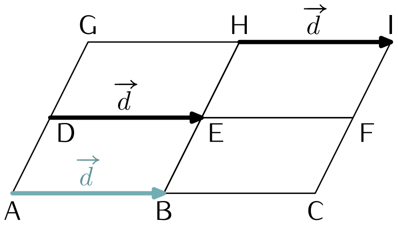
Le **déplacement** de A vers B est le même que celui de D vers E ou de H vers I. On appelle ce **déplacement** un VECTEUR défini par

- une **direction** : celle de la droite (AB) ;



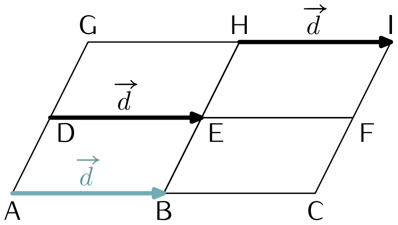
Le **déplacement** de A vers B est le même que celui de D vers E ou de H vers I. On appelle ce **déplacement** un VECTEUR défini par

- une **direction** : celle de la droite (AB) ;
- un **sens** : celui de A vers B ;



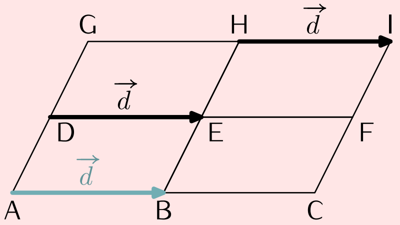
Le **déplacement** de A vers B est le même que celui de D vers E ou de H vers I. On appelle ce **déplacement** un VECTEUR défini par

- une **direction** : celle de la droite (AB) ;
- un **sens** : celui de A vers B ;
- une **norme** : qui est égale à la longueur AB.

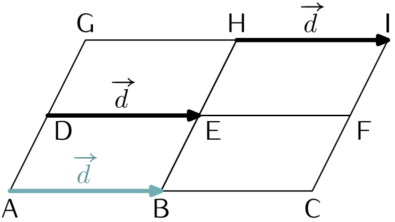


Attention !

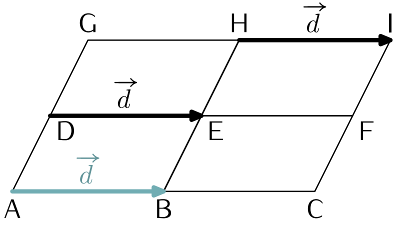
il ne faut pas confondre **sens** et **direction** : par exemple $\overrightarrow{IH}$ et $\overrightarrow{AB}$ ont la même direction (car les droites (AB) et (IH) sont parallèles) mais n'ont pas le même sens.



Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{HI}$ sont donc les **représentants** d'un même vecteur car ils ont même sens, même direction et même norme : on peut donc désigner ce vecteur par un nom unique, par exemple $\overrightarrow{d}$.



Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{HI}$ sont donc les **représentants** d'un même vecteur car ils ont même sens, même direction et même norme : on peut donc désigner ce vecteur par un nom unique, par exemple $\overrightarrow{d}$.



La **norme** du vecteur $\overrightarrow{AB}$ est égale à la longueur AB. Pour désigner la norme de $\overrightarrow{d}$, on utilise $\left\|\overrightarrow{d}\right\|$. On a

$$\left\|\overrightarrow{d}\right\| = AB = DE = HI$$

Les conventions typographiques sont en fait très diverses :

- gras minuscule : $\mathbf{a}$

Les conventions typographiques sont en fait très diverses :

- gras minuscule : $\mathbf{a}$
- gras minuscule italique : $\boldsymbol{a}$

Les conventions typographiques sont en fait très diverses :

- gras minuscule : $\mathbf{a}$
- gras minuscule italique : $\boldsymbol{a}$
- fraktur : $\mathfrak{a}$

Les conventions typographiques sont en fait très diverses :

- gras minuscule : $\mathbf{a}$
- gras minuscule italique : $\boldsymbol{a}$
- fraktur : $\mathfrak{a}$
- souligné : $\underline{a}$

Les conventions typographiques sont en fait très diverses :

- gras minuscule : $\mathbf{a}$
- gras minuscule italique : $\boldsymbol{a}$
- fraktur : $\mathfrak{a}$
- souligné : $\underline{\mathrm{a}}$
- avec une flèche : $\overrightarrow{a}$

Les conventions typographiques sont en fait très diverses :

- gras minuscule : $\mathbf{a}$
- gras minuscule italique : $\boldsymbol{a}$
- fraktur : $\mathfrak{a}$
- souligné : $\underline{\mathrm{a}}$
- avec une flèche : $\overrightarrow{a}$

Les conventions typographiques sont en fait très diverses :

- gras minuscule : $\mathbf{a}$
- gras minuscule italique : $\boldsymbol{a}$
- fraktur : $\mathfrak{a}$
- souligné : $\underline{a}$
- avec une flèche : $\overrightarrow{a}$

Les deux derniers cas sont surtout employés pour l'écriture manuscrite.

Remarque

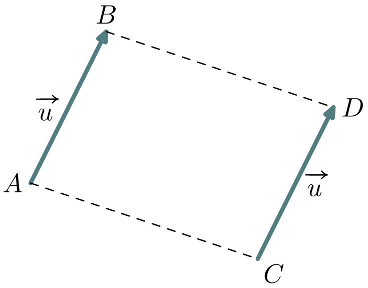
$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{u}$ si et seulement si ABDC est un parallélogramme

Remarque

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{u}$ si et seulement si ABDC est un parallélogramme

Remarque

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{u}$ si et seulement si ABDC est un parallélogramme



Remarque

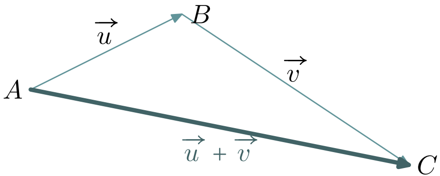
Dans mon jeune temps, on disait que deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ étaient égaux [a] si et seulement si les segments $[A\,;\,D]$ et $[B\,;\,C]$ avaient le même milieu : pourquoi ?

a. En fait, on disait que les **bipoints** (A,B) et (C,D) étaient **équipollents**...

Sommaire

Le secret : **je me déplace de A vers B puis de B vers C : globalement, je suis parti de A et je suis arrivé en C**

Le secret : **je me déplace de A vers B puis de B vers C : globalement, je suis parti de A et je suis arrivé en C**



C'est en fait la fameuse **Relation de Chasles**

C'est en fait la fameuse **Relation de Chasles**

Définition 1

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

C'est en fait la fameuse **Relation de Chasles**

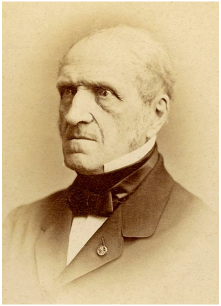
Définition 1

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

C'est en fait la fameuse **Relation de Chasles**

Définition 1

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

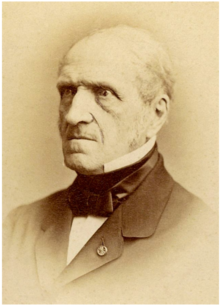


Michel Chasles 1793-1880

C'est en fait la fameuse **Relation de Chasles**

Définition 1

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

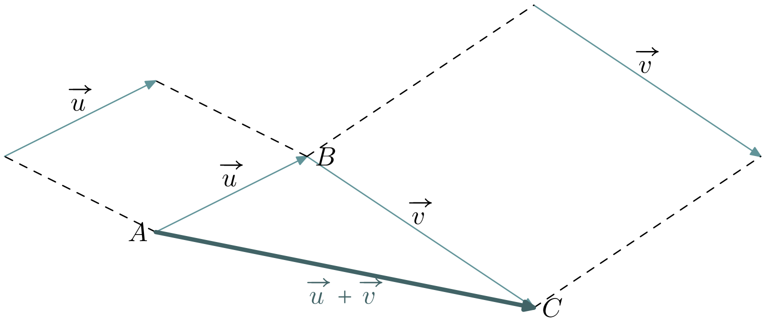


Michel Chasles 1793-1880

Mais qu'en est-il de cette somme lorsqu'on considère deux vecteurs quelconques $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$?

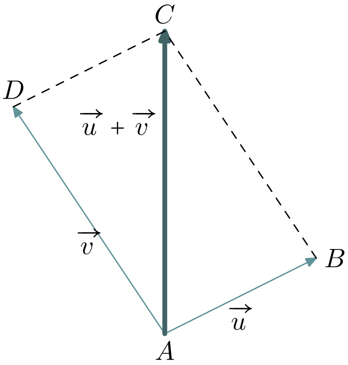
Il suffit de prendre des **représentants** de $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ bien choisis :

Il suffit de prendre des **représentants** de $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ bien choisis :



On peut aussi « penser parallélogramme »

On peut aussi « penser parallélogramme »



Sommaire

Je pars de A, je vais en B et je retourne en A : la relation de Chasles le confirme

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AA}$$

Je pars de A, je vais en B et je retourne en A : la relation de CHASLES le confirme

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AA}$$

- Que peut-on dire de ce vecteur $\overrightarrow{AA}$?

Je pars de A, je vais en B et je retourne en A : la relation de Chasles le confirme

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AA}$$

- Que peut-on dire de ce vecteur $\overrightarrow{AA}$?
- Quelle est sa norme ?

Je pars de A, je vais en B et je retourne en A : la relation de Chasles le confirme

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AA}$$

- Que peut-on dire de ce vecteur $\overrightarrow{AA}$?
- Quelle est sa norme ?
- Quelle est sa direction ?

Je pars de A, je vais en B et je retourne en A : la relation de Chasles le confirme

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AA}$$

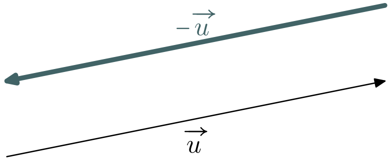
- Que peut-on dire de ce vecteur $\overrightarrow{AA}$?
- Quelle est sa norme ?
- Quelle est sa direction ?
- Quel est son sens ?

On appelle ce vecteur de norme nulle le **vecteur nul** et on le note $\overrightarrow{0}$.

On appelle ce vecteur de norme nulle le **vecteur nul** et on le note $\overrightarrow{0}$.
Plus généralement si on considère un vecteur $\overrightarrow{u}$, on peut toujours trouver un vecteur de même direction, de même norme et de sens opposé : quand on l'ajoute à $\overrightarrow{u}$, on obtient le vecteur nul.

On l'appelle le **vecteur opposé** de $\overrightarrow{u}$ et on le note bien sûr $-\overrightarrow{\boldsymbol{u}}$

On l'appelle le **vecteur opposé** de $\overrightarrow{u}$ et on le note bien sûr $-\overrightarrow{\boldsymbol{u}}$



Structure de Groupe

[...]on enseigne minutieusement des théories tronquées et chargées de réflexions inutiles, tandis qu'on omet les propositions les plus simples et les plus brillantes de l'algèbre[...]L'élève est moins occupé de s'instruire que de passer son examen.

Lettre sur l'enseignement des sciences - Évariste GALOIS - 2 janvier 1831

- On travaille dans un **ensemble** (ici celui des vecteurs du plan)

- On travaille dans un **ensemble** (ici celui des vecteurs du plan)
- On se donne une loi qui permet de composer des éléments de l'ensemble sans en sortir (ici l'addition des vecteurs). On dit qu'il s'agit d'une **loi de composition interne**

- On travaille dans un **ensemble** (ici celui des vecteurs du plan)
- On se donne une loi qui permet de composer des éléments de l'ensemble sans en sortir (ici l'addition des vecteurs). On dit qu'il s'agit d'une **loi de composition interne**
- Cette loi a un **élément neutre** : en le composant avec un élément quelconque, on ne chamge pas cet élément (ici le vecteur nul)

- On travaille dans un **ensemble** (ici celui des vecteurs du plan)
- On se donne une loi qui permet de composer des éléments de l'ensemble sans en sortir (ici l'addition des vecteurs). On dit qu'il s'agit d'une **loi de composition interne**
- Cette loi a un **élément neutre** : en le composant avec un élément quelconque, on ne chamge pas cet élément (ici le vecteur nul)
- Pour chaque élément de l'ensemble, il en existe un autre, qui composé avec lui donne l'élément neutre. On appelle cet élément le **symétrique** du premier (ici l'opposé d'un vecteur).

- On travaille dans un **ensemble** (ici celui des vecteurs du plan)
- On se donne une loi qui permet de composer des éléments de l'ensemble sans en sortir (ici l'addition des vecteurs). On dit qu'il s'agit d'une **loi de composition interne**
- Cette loi a un **élément neutre** : en le composant avec un élément quelconque, on ne chamge pas cet élément (ici le vecteur nul)
- Pour chaque élément de l'ensemble, il en existe un autre, qui composé avec lui donne l'élément neutre. On appelle cet élément le **symétrique** du premier (ici l'opposé d'un vecteur).

- On travaille dans un **ensemble** (ici celui des vecteurs du plan)
- On se donne une loi qui permet de composer des éléments de l'ensemble sans en sortir (ici l'addition des vecteurs). On dit qu'il s'agit d'une **loi de composition interne**
- Cette loi a un **élément neutre** : en le composant avec un élément quelconque, on ne chamge pas cet élément (ici le vecteur nul)
- Pour chaque élément de l'ensemble, il en existe un autre, qui composé avec lui donne l'élément neutre. On appelle cet élément le **symétrique** du premier (ici l'opposé d'un vecteur).

Ces propriétés donnent à l'ensemble et à la loi une structure de **groupe**.

Énigme

Est-ce que vous connaissez d'autres structures de groupe ?

mon livre de 3^{e}

2 AXIOMES DES OPÉRATIONS DANS $\mathbb{R}$

Pour réviser les propriétés des opérations dans $\mathbb{R}$, nous énoncerons un certain nombre de propriétés fondamentales à partir desquelles toutes les autres propriétés peuvent être démontrées. Ces propriétés fondamentales s'appellent les **axiomes** des opérations dans $\mathbb{R}$.

Nous prendrons pour *axiomes des opérations dans* $\mathbb{R}$ les propriétés imprimées en caractères gras dans le tableau suivant (remarquez que l'axiome 1 ne fait que résumer ce qui a déjà été dit au § 1).

AXIOMES

1. L'ensemble $\mathbb{R}$ des réels contient l'ensemble $\mathbb{D}$ des décimaux.

$\mathbb{R}$ est muni de deux opérations internes : l'addition et la multiplication.

L'addition dans $\mathbb{R}$ prolonge l'addition dans $\mathbb{D}$. La multiplication dans $\mathbb{R}$ prolonge la multiplication dans $\mathbb{D}$.

2. Axiomes de l'addition dans $\mathbb{R}$

A_1 **L'addition dans $\mathbb{R}$ est associative :**
Quels que soient les réels a, b, c,
$$(a+b)+c = a+(b+c)$$

A_2 **Il existe dans $\mathbb{R}$ un élément neutre pour l'addition :** c'est l'entier 0.
Quel que soit le réel a,
$$0+a = a+0 = a$$

A_3 **Tout réel a admet dans $\mathbb{R}$ un symétrique pour l'addition.**
Ce symétrique se note $-a$ et s'appelle l'*opposé* de a. On a donc :
$$a+(-a) = (-a)+a = 0$$

A_4 **L'addition dans $\mathbb{R}$ est commutative :**
Quels que soient les réels a et b,
$$a+b = b+a$$

3. Axiomes de la multiplication dans $\mathbb{R}$

M_1 **La multiplication dans $\mathbb{R}$ est associative :**
Quels que soient les réels a, b, c,
$$(ab)c = a(bc)$$

M_2 **Il existe dans $\mathbb{R}$ un élément neutre pour la multiplication :** c'est l'entier 1.
Quel que soit le réel a,
$$1a = a1 = a$$

M_3 **Tout réel non nul a admet dans $\mathbb{R}$ un symétrique pour la multiplication.**
Ce symétrique se note a^{-1} ou $\frac{1}{a}$ et s'appelle l'*inverse* de a. On a donc :
$$aa^{-1} = a^{-1}a = 1$$

M_4 **La multiplication dans $\mathbb{R}$ est commutative :**
Quels que soient les réels a et b,
$$ab = ba$$

4. Axiome reliant l'addition et la multiplication dans $\mathbb{R}$.

D **Dans $\mathbb{R}$, la multiplication est distributive par rapport à l'addition :**
Quels que soient les réels a, b, c, $a(b+c) = (ab)+(ac)$

Notre Dame LYCÉES Rezé

mon livre de 3^{e}

EXERCICES

1

1. On définit sur l'ensemble $E = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ une opération interne notée $\star$ de la façon suivante : a et b étant deux éléments quelconques de E, $a \star b$ est le plus grand des deux nombres a et b.
1° Dressez la table de cette opération.
2° Cette opération est-elle commutative? Admet-elle un élément neutre?
3° Quels sont les éléments de E qui admettent un symétrique pour l'opération notée $\star$? $(E, \star)$ est-il un groupe commutatif?
4° Résolvez dans E les équations suivantes : $2 \star x = 5$; $4 \star x = 4$; $3 \star x = 1$.

2. Répondez aux mêmes questions que dans l'exercice précédent en remplaçant l'opération $\star$ par l'opération T définie de la façon suivante : quels que soient les éléments a et b de E, $a \mathrm{T} b$ est le plus petit des deux nombres a et b.

3. Pour tout couple (x, y) d'entiers relatifs, on désigne par $x \star y$ la valeur absolue du produit xy. On définit ainsi dans $\mathbb{Z}$ une loi de composition interne notée $\star$.
1° Expliquez pourquoi la loi notée $\star$ prolonge la multiplication dans $\mathbb{N}$.
2° La loi notée $\star$ est-elle commutative? Est-elle associative? Pourquoi?
3° Calculez $(-5) \star [(-1) + (-2)]$ et $[(-5) \star (-1)] + [(-5) \star (-2)]$.
Calculez $2 \star [3 + (-5)]$ et $[2 \star 3] + [2 \star (-5)]$. La loi notée $\star$ est-elle distributive par rapport à l'addition dans $\mathbb{Z}$?

Dame LYCÉES Rezé

Sommaire

Nous avons déjà abordé le problème en parlant de l'opposé du vecteur $\overrightarrow{u}$ qu'on note $-\overrightarrow{u}$, c'est à dire $(-1) \times \overrightarrow{u}$.

Nous avons déjà abordé le problème en parlant de l'opposé du vecteur $\overrightarrow{u}$ qu'on note $-\overrightarrow{u}$, c'est à dire $(-1) \times \overrightarrow{u}$.
Nous pouvons aisément imaginer que le vecteur $3\overrightarrow{u}$ est en fait égal à $\overrightarrow{u} + \overrightarrow{u} + \overrightarrow{u}$, et les additions de vecteurs, on connaît !

Nous avons déjà abordé le problème en parlant de l'opposé du vecteur $\overrightarrow{u}$ qu'on note $-\overrightarrow{u}$, c'est à dire $(-1) \times \overrightarrow{u}$.
Nous pouvons aisément imaginer que le vecteur $3\overrightarrow{u}$ est en fait égal à $\overrightarrow{u} + \overrightarrow{u} + \overrightarrow{u}$, et les additions de vecteurs, on connaît !
Nous pouvons même comprendre que $-3\overrightarrow{u}$, c'est $\left(-\overrightarrow{u}\right) + \left(-\overrightarrow{u}\right) + \left(-\overrightarrow{u}\right)$

Produit d'un vecteur par un nombre réel

Vous comprendrez donc sans problème la définition suivante :

Produit d'un vecteur par un nombre réel

Vous comprendrez donc sans problème la définition suivante :

Définition 2

Soit $\overrightarrow{u}$ un vecteur non nul et k un nombre réel non nul. Alors on note $k\overrightarrow{u}$ le vecteur

Produit d'un vecteur par un nombre réel

Vous comprendrez donc sans problème la définition suivante :

Définition 2

Soit $\overrightarrow{u}$ un vecteur non nul et k un nombre réel non nul. Alors on note $k\overrightarrow{u}$ le vecteur

- ayant la même direction que $\overrightarrow{u}$;

Produit d'un vecteur par un nombre réel

Vous comprendrez donc sans problème la définition suivante :

Définition 2

Soit $\overrightarrow{u}$ un vecteur non nul et k un nombre réel non nul. Alors on note $k\overrightarrow{u}$ le vecteur

- ayant la même direction que $\overrightarrow{u}$;
- ayant le même sens que $\overrightarrow{u}$ si $k > 0$, le sens contraire sinon ;

Produit d'un vecteur par un nombre réel

Vous comprendrez donc sans problème la définition suivante :

Définition 2

Soit $\overrightarrow{u}$ un vecteur non nul et k un nombre réel non nul. Alors on note $k\overrightarrow{u}$ le vecteur

- ayant la même direction que $\overrightarrow{u}$;
- ayant le même sens que $\overrightarrow{u}$ si $k > 0$, le sens contraire sinon ;
- ayant pour norme $k\|\overrightarrow{u}\|$ si $k > 0$ et $-k\|\overrightarrow{u}\|$ sinon.

Valeur absolue d'un nombre

Valeur absolue d'un nombre

La valeur absolue d'un nombre est sa force, qu'il soit jedi ou du côté obscur...

Valeur absolue d'un nombre

La valeur absolue d'un nombre est sa force, qu'il soit jedi ou du côté obscur...
C'est aussi sa distance à zéro

Valeur absolue d'un nombre

La valeur absolue d'un nombre est sa force, qu'il soit jedi ou du côté obscur...
C'est aussi sa distance à zéro
Comment alors simplifier la définition précédente ?

Produit d'un vecteur par un nombre réel

Définition 3

Soit $\overrightarrow{u}$ un vecteur non nul et k un nombre réel non nul. Alors on note $k\overrightarrow{u}$ le vecteur

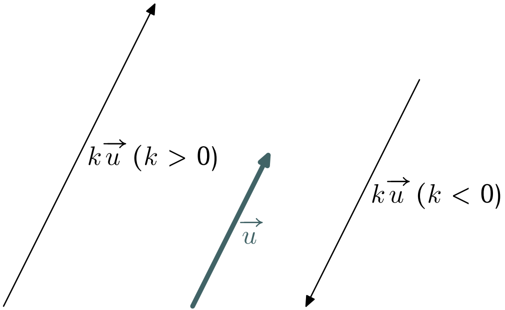
- ayant la même direction que $\overrightarrow{u}$;
- ayant le même sens que $\overrightarrow{u}$ si $k > 0$, le sens contraire sinon ;
- ayant pour norme $k\|\overrightarrow{u}\|$ si $k > 0$ et $-k\|\overrightarrow{u}\|$ sinon.

Produit d'un vecteur par un nombre réel

Définition 4

Soit $\overrightarrow{u}$ un vecteur non nul et k un nombre réel non nul. Alors on note $k\overrightarrow{u}$ le vecteur

- ayant la même direction que $\overrightarrow{u}$;
- ayant le même sens que $\overrightarrow{u}$ si $k > 0$, le sens contraire sinon ;
- ayant pour norme $|k|\|\overrightarrow{u}\|$.



Ce petit dessin résume les différents cas de figure.

Sommaire

Nous avons remarqué que $\overrightarrow{u}$ et $k\overrightarrow{u}$ avaient la même direction.

Nous avons remarqué que $\overrightarrow{u}$ et $k\overrightarrow{u}$ avaient la même direction.
Inversement, si deux vecteurs non nuls $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ ont la même direction, alors on peut imaginer qu'il existe un réel k tel que $\overrightarrow{v} = k\overrightarrow{u}$.

Nous avons remarqué que $\overrightarrow{u}$ et $k\overrightarrow{u}$ avaient la même direction.
Inversement, si deux vecteurs non nuls $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ ont la même direction, alors on peut imaginer qu'il existe un réel k tel que $\overrightarrow{v} = k\overrightarrow{u}$.

Par exemple, s'ils ont le même sens, alors le vecteur $\dfrac{\|\overrightarrow{v}\|}{\|\overrightarrow{u}\|}\overrightarrow{u}$ a

- le même sens que $\overrightarrow{v}$ (car …

Nous avons remarqué que $\overrightarrow{u}$ et $k\overrightarrow{u}$ avaient la même direction.
Inversement, si deux vecteurs non nuls $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ ont la même direction, alors on peut imaginer qu'il existe un réel k tel que $\overrightarrow{v} = k\overrightarrow{u}$.

Par exemple, s'ils ont le même sens, alors le vecteur $\dfrac{\|\overrightarrow{v}\|}{\|\overrightarrow{u}\|}\overrightarrow{u}$ a

- le même sens que $\overrightarrow{v}$ (car ...
- la même direction que $\overrightarrow{v}$ (car ...

Nous avons remarqué que $\overrightarrow{u}$ et $k\overrightarrow{u}$ avaient la même direction.
Inversement, si deux vecteurs non nuls $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ ont la même direction, alors on peut imaginer qu'il existe un réel k tel que $\overrightarrow{v} = k\overrightarrow{u}$.

Par exemple, s'ils ont le même sens, alors le vecteur $\dfrac{\|\overrightarrow{v}\|}{\|\overrightarrow{u}\|}\overrightarrow{u}$ a

- le même sens que $\overrightarrow{v}$ (car ...
- la même direction que $\overrightarrow{v}$ (car ...
- la même norme que $\overrightarrow{v}$ (car ...

Nous avons remarqué que $\overrightarrow{u}$ et $k\overrightarrow{u}$ avaient la même direction.
Inversement, si deux vecteurs non nuls $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ ont la même direction, alors on peut imaginer qu'il existe un réel k tel que $\overrightarrow{v} = k\overrightarrow{u}$.

Par exemple, s'ils ont le même sens, alors le vecteur $\dfrac{\|\overrightarrow{v}\|}{\|\overrightarrow{u}\|}\overrightarrow{u}$ a

- le même sens que $\overrightarrow{v}$ (car ...
- la même direction que $\overrightarrow{v}$ (car ...
- la même norme que $\overrightarrow{v}$ (car ...

Nous avons remarqué que $\overrightarrow{u}$ et $k\overrightarrow{u}$ avaient la même direction.
Inversement, si deux vecteurs non nuls $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ ont la même direction, alors on peut imaginer qu'il existe un réel k tel que $\overrightarrow{v} = k\overrightarrow{u}$.
Par exemple, s'ils ont le même sens, alors le vecteur $\dfrac{\|\overrightarrow{v}\|}{\|\overrightarrow{u}\|}\overrightarrow{u}$ a

- le même sens que $\overrightarrow{v}$ (car ...
- la même direction que $\overrightarrow{v}$ (car ...
- la même norme que $\overrightarrow{v}$ (car ...

donc $\overrightarrow{v} = \dfrac{\|\overrightarrow{v}\|}{\|\overrightarrow{u}\|}\overrightarrow{u}$, ce qui confirme notre supposition.

Vecteurs colinéaires

Avant de résumer ce résultat, un peu de vocabulaire :

Définition 5

On dit que deux vecteurs sont **colinéaires** si, et seulement si, ils ont la même direction.

Vecteurs colinéaires

Avant de résumer ce résultat, un peu de vocabulaire :

Définition 5

On dit que deux vecteurs sont **colinéaires** si, et seulement si, ils ont la même direction.

Vecteurs colinéaires

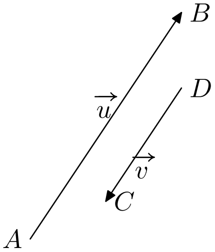
Avant de résumer ce résultat, un peu de vocabulaire :

Définition 5

On dit que deux vecteurs sont **colinéaires** si, et seulement si, ils ont la même direction.

Remarque

Deux COpains partagent leur pain, deux COrrecteurs du Bac partagent le même recteur, deux vecteurs COlinéaires partagent la même ligne…



B
D
$\overrightarrow{u}$
$\overrightarrow{v}$
C
A

Notre observation précédente va donc nous permettre d'énoncer le théorème primordial suivant :

Théorème 6

Deux vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires si, et seulement si, il existe un réel k tel que $\overrightarrow{v} = k\overrightarrow{u}$

Attention !

Attention !

- Vous ferez bien attention à parler de vecteurs colinéaires et non pas de vecteurs parallèles !

Attention !

- Vous ferez bien attention à parler de vecteurs colinéaires et non pas de vecteurs parallèles !
- Deux droites peuvent être parallèles si elles ont tous leurs points ou aucun point en commun.

Attention !

- Vous ferez bien attention à parler de vecteurs colinéaires et non pas de vecteurs parallèles !
- Deux droites peuvent être parallèles si elles ont tous leurs points ou aucun point en commun.
- On ne peut pas dire la même chose des vecteurs car les vecteurs ... n'ont pas de points !

Attention !

- Vous ferez bien attention à parler de vecteurs colinéaires et non pas de vecteurs parallèles !
- Deux droites peuvent être parallèles si elles ont tous leurs points ou aucun point en commun.
- On ne peut pas dire la même chose des vecteurs car les vecteurs … n'ont pas de points !
- Ce sont des déplacements, pas des ensembles de points comme les droites.

Vocabulaire

De manière plus générale, pour toutes sortes de vecteurs, quand deux vecteurs sont colinéaires, on peut aussi dire qu'ils sont **liés** et sinon qu'ils sont **libres**

- Si on arrive à montrer que deux **vecteurs** $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont **colinéaires**, on pourra en déduire que les **droites** (AB) et (CD) sont **parallèles**.

- Si on arrive à montrer que deux **vecteurs** $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont **colinéaires**, on pourra en déduire que les **droites** (AB) et (CD) sont **parallèles**.

- Si on arrive à montrer que deux **vecteurs** $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont **colinéaires**, on pourra en déduire que les **droites** (AB) et (CD) sont **parallèles**.
-
  - Si on arrive à montrer que deux **vecteurs** $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont **colinéaires**, on pourra en déduire que les **droites** (AB) et (AC) sont **parallèles**.

- Si on arrive à montrer que deux **vecteurs** $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont **colinéaires**, on pourra en déduire que les **droites** (AB) et (CD) sont **parallèles**.
-
  - Si on arrive à montrer que deux **vecteurs** $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont **colinéaires**, on pourra en déduire que les **droites** (AB) et (AC) sont **parallèles**.
  - Or, comme vous l'avez remarqué, les droites (AB) et (AC) ont le point A en commun.

- Si on arrive à montrer que deux **vecteurs** $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont **colinéaires**, on pourra en déduire que les **droites** (AB) et (CD) sont **parallèles**.
-
    - Si on arrive à montrer que deux **vecteurs** $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont **colinéaires**, on pourra en déduire que les **droites** (AB) et (AC) sont **parallèles**.
    - Or, comme vous l'avez remarqué, les droites (AB) et (AC) ont le point A en commun.
    - Que pensez-vous de 2 droites parallèles ayant un point en commun ? Elles sont bien sûr ... ...

- Si on arrive à montrer que deux **vecteurs** $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont **colinéaires**, on pourra en déduire que les **droites** (AB) et (CD) sont **parallèles**.
-
    - Si on arrive à montrer que deux **vecteurs** $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont **colinéaires**, on pourra en déduire que les **droites** (AB) et (AC) sont **parallèles**.
    - Or, comme vous l'avez remarqué, les droites (AB) et (AC) ont le point A en commun.
    - Que pensez-vous de 2 droites parallèles ayant un point en commun ? Elles sont bien sûr ......
    - D'après un des axiomes d'Euclide qui est la base de la géométrie que vous étudiez au lycée : « par deux points distincts du plan il passe une droite et une seule »

- Si on arrive à montrer que deux **vecteurs** $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont **colinéaires**, on pourra en déduire que les **droites** (AB) et (CD) sont **parallèles**.
-
  - Si on arrive à montrer que deux **vecteurs** $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont **colinéaires**, on pourra en déduire que les **droites** (AB) et (AC) sont **parallèles**.
  - Or, comme vous l'avez remarqué, les droites (AB) et (AC) ont le point A en commun.
  - Que pensez-vous de 2 droites parallèles ayant un point en commun ? Elles sont bien sûr . . . . . .
  - D'après un des axiomes d'Euclide qui est la base de la géométrie que vous étudiez au lycée : « par deux points distincts du plan il passe une droite et une seule »

- Si on arrive à montrer que deux **vecteurs** $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont **colinéaires**, on pourra en déduire que les **droites** (AB) et (CD) sont **parallèles**.
-
  - Si on arrive à montrer que deux **vecteurs** $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont **colinéaires**, on pourra en déduire que les **droites** (AB) et (AC) sont **parallèles**.
  - Or, comme vous l'avez remarqué, les droites (AB) et (AC) ont le point A en commun.
  - Que pensez-vous de 2 droites parallèles ayant un point en commun ? Elles sont bien sûr ......
  - D'après un des axiomes d'Euclide qui est la base de la géométrie que vous étudiez au lycée : « par deux points distincts du plan il passe une droite et une seule »

  Et donc les points A, B et C appartiennent à une même droite : ils sont **alignés**.

À retenir

- Montrer que deux vecteurs sont colinéaires peut nous aider à montrer que deux droites sont parallèles ou que trois points sont alignés.

À retenir

- Montrer que deux vecteurs sont colinéaires peut nous aider à montrer que deux droites sont parallèles ou que trois points sont alignés.
- Le problème va être d'arriver à prouver que deux vecteurs sont colinéaires : il suffira de « penser BASE » ...

Sommaire

Euh.. le plan vectoriel, c'est quoi ?

Euh.. le plan vectoriel, c'est quoi ?
Disons que c'est l'ensemble des déplacements en dimension 2. On dira alors que

Euh.. le plan vectoriel, c'est quoi ?
Disons que c'est l'ensemble des déplacements en dimension 2. On dira alors que

Définition 7

Deux vecteurs forment une base du plan vectoriel si, et seulement si, ils NE sont PAS colinéaires (ils sont libres).


Ile du Nord
Pointe
aux serpents
Baie des requins
N
Crique du diable
O
E
S
Terre du Sud

Et on admettra le résultat primordial suivant :

Et on admettra le résultat primordial suivant :

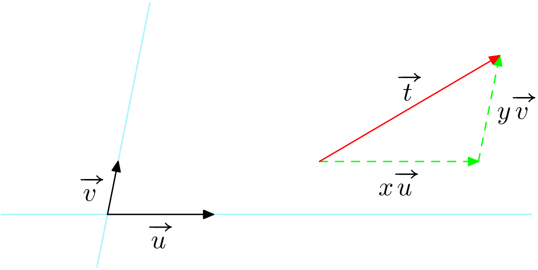
Théorème 8

Soit $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ deux vecteurs NON colinéaires : ils forment une base du plan vectoriel. Alors on peut exprimer n'importe quel vecteur $\overrightarrow{t}$ sous la forme

$$\overrightarrow{t} = x\overrightarrow{u} + y\overrightarrow{v}$$

avec x et y des réels.
Les nombres x et y sont appelés les COORDONNÉES de $\overrightarrow{t}$ dans la BASE $(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$

Le secret tient dans le dessin suivant :



Sommaire

Nous avons vu précédemment qu'une base (formée de deux vecteurs non colinéaires) permettait d'exprimer n'importe quel vecteur en fonction des 2 vecteurs de base.

Nous avons vu précédemment qu'une base (formée de deux vecteurs non colinéaires) permettait d'exprimer n'importe quel vecteur en fonction des 2 vecteurs de base.

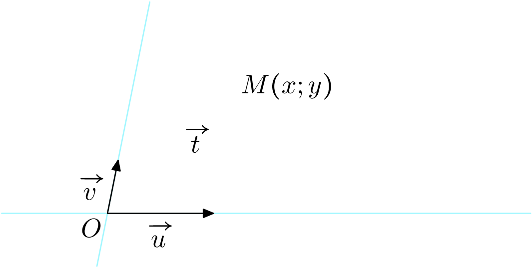
Théorème 9

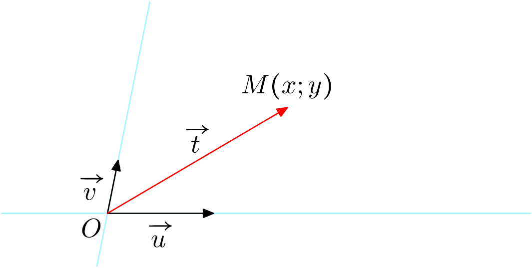
Soit $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ deux vecteurs NON colinéaires : ils forment une base du plan vectoriel. Alors on peut exprimer n'importe quel vecteur $\overrightarrow{t}$ sous la forme

$$\overrightarrow{t} = x\overrightarrow{u} + y\overrightarrow{v}$$

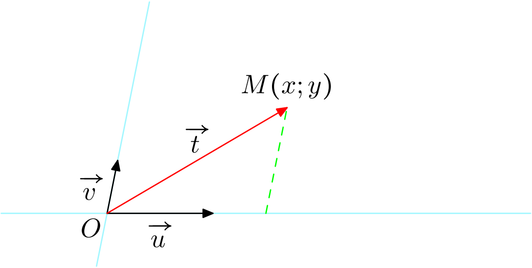
avec x et y des réels. Les nombres x et y sont appelés les COORDONNÉES de $\overrightarrow{t}$ dans la BASE $\left(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}\right)$

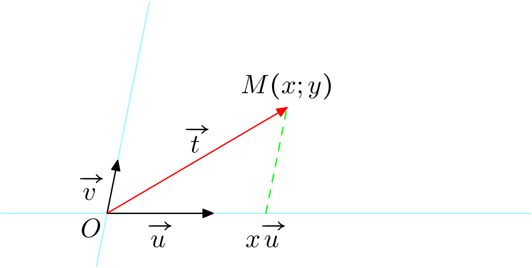
Maintenant, pour repérer un point, on choisira une origine fixe et deux vecteurs de base. La clé du chapitre tient dans le dessin suivant :

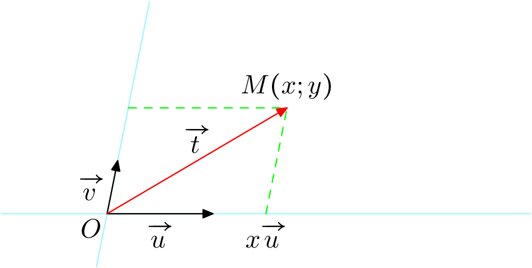

$M(x;y)$
$\overrightarrow{t}$
$\overrightarrow{v}$
O
$\overrightarrow{u}$

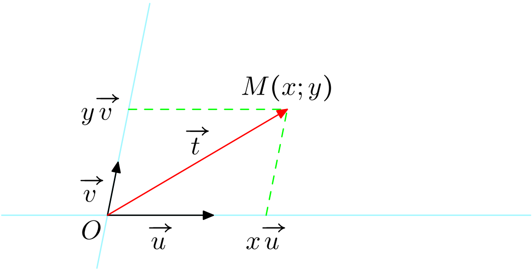


$M(x;y)$
$\overrightarrow{t}$
$\overrightarrow{v}$
O
$\overrightarrow{u}$


$M(x;y)$
$\overrightarrow{t}$
$\overrightarrow{v}$
O
$\overrightarrow{u}$


$M(x;y)$
$\overrightarrow{t}$
$\overrightarrow{v}$
O
$\overrightarrow{u}$
$x\,\overrightarrow{u}$


$M(x;y)$
$\overrightarrow{t}$
$\overrightarrow{v}$
O
$\overrightarrow{u}$
$x\,\overrightarrow{u}$



$M(x;y)$
$y\overrightarrow{v}$
$\overrightarrow{t}$
$\overrightarrow{v}$
O
$\overrightarrow{u}$
$x\overrightarrow{u}$

coordonnées d'un point dans un repère

Théorème 10

Dire que le point M a pour coordonnées (x, y) dans le repère $\left(O; \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$ signifie que

$$\overrightarrow{OM} = x\overrightarrow{i} + y\overrightarrow{j}$$

*On appelle x l'**abscisse** de M et y son **ordonnée***

Coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$

Nous travaillons dans un repère $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ et deux points A et B ont pour coordonnées respectives (x_A, y_A) et (x_B, y_B).

Coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$

Nous travaillons dans un repère $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ et deux points A et B ont pour coordonnées respectives (x_A, y_A) et (x_B, y_B).
Comment traduire **vectoriellement** ces renseignements ?

Coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$

- A a pour coordonnées (x_A, y_A), donc par définition ...

Coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$

- A a pour coordonnées (x_A, y_A), donc par définition ...
- ... $\overrightarrow{OA} = x_A\overrightarrow{i} + y_A\overrightarrow{j}$

Coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$

- A a pour coordonnées (x_A, y_A), donc par définition ...
- ... $\overrightarrow{OA} = x_A \overrightarrow{i} + y_A \overrightarrow{j}$
- De même, on obtient pour B ...

Coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$

- A a pour coordonnées (x_A, y_A), donc par définition ...
- ... $\overrightarrow{OA} = x_A \overrightarrow{i} + y_A \overrightarrow{j}$
- De même, on obtient pour B ...
- ... $\overrightarrow{OB} = x_B \overrightarrow{i} + y_B \overrightarrow{j}$

Coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$

Nous voudrions à présent obtenir les coordonnées $\left(x_{\overrightarrow{AB}}, y_{\overrightarrow{AB}}\right)$ qui vérifient, d'après notre définition

Coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$

Nous voudrions à présent obtenir les coordonnées $\left(x_{\overrightarrow{AB}}, y_{\overrightarrow{AB}}\right)$ qui vérifient, d'après notre définition

$$\overrightarrow{AB} = x_{\overrightarrow{AB}}\overrightarrow{i} + y_{\overrightarrow{AB}}\overrightarrow{j}$$

Coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$

Le problème, c'est de faire le lien entre $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$.

Coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$

Le problème, c'est de faire le lien entre $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$.
Mais oui ! Bien sûr ! Utilisons notre bonne vieille ...

Coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$

Le problème, c'est de faire le lien entre $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$.
Mais oui ! Bien sûr ! Utilisons notre bonne vieille ...
... relation de Chasles !

Coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$

En effet, $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}$

Coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$

En effet, $\begin{aligned} \overrightarrow{AB} &= \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} \\ &= -\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} \end{aligned}$

Coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$

En effet, $\begin{aligned}[t] \overrightarrow{AB} &= \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} \\ &= -\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} \\ &= -\left(x_A \overrightarrow{i} + y_A \overrightarrow{j}\right) + x_B \overrightarrow{i} + y_B \overrightarrow{j} \end{aligned}$

Coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$

En effet, $$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} &= \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} \\ &= -\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} \\ &= -\left(x_A\,\overrightarrow{i} + y_A\,\overrightarrow{j}\right) + x_B\,\overrightarrow{i} + y_B\,\overrightarrow{j} \\ &= -x_A\,\overrightarrow{i} - y_A\,\overrightarrow{j} + x_B\,\overrightarrow{i} + y_B\,\overrightarrow{j}\end{aligned}$$

Coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$

$$\begin{aligned}
\text{En effet,}\quad \overrightarrow{AB} &= \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} \\
&= -\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} \\
&= -\left(x_A \overrightarrow{i} + y_A \overrightarrow{j}\right) + x_B \overrightarrow{i} + y_B \overrightarrow{j} \\
&= -x_A \overrightarrow{i} - y_A \overrightarrow{j} + x_B \overrightarrow{i} + y_B \overrightarrow{j} \\
&= (x_B - x_A) \overrightarrow{i} + (y_B - y_A) \overrightarrow{j}
\end{aligned}$$

Coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$

$$\begin{aligned}
\text{En effet,}\quad \overrightarrow{AB} &= \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} \\
&= -\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} \\
&= -\left(x_A \overrightarrow{i} + y_A \overrightarrow{j}\right) + x_B \overrightarrow{i} + y_B \overrightarrow{j} \\
&= -x_A \overrightarrow{i} - y_A \overrightarrow{j} + x_B \overrightarrow{i} + y_B \overrightarrow{j} \\
&= (x_B - x_A)\, \overrightarrow{i} + (y_B - y_A)\, \overrightarrow{j}
\end{aligned}$$

Or $\overrightarrow{AB} = x_{\overrightarrow{AB}} \overrightarrow{i} + y_{\overrightarrow{AB}} \overrightarrow{j}$

Coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$

En effet, $\begin{aligned}\overrightarrow{AB} &= \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} \\ &= -\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} \\ &= -\left(x_A \overrightarrow{i} + y_A \overrightarrow{j}\right) + x_B \overrightarrow{i} + y_B \overrightarrow{j} \\ &= -x_A \overrightarrow{i} - y_A \overrightarrow{j} + x_B \overrightarrow{i} + y_B \overrightarrow{j} \\ &= (x_B - x_A) \overrightarrow{i} + (y_B - y_A) \overrightarrow{j}\end{aligned}$

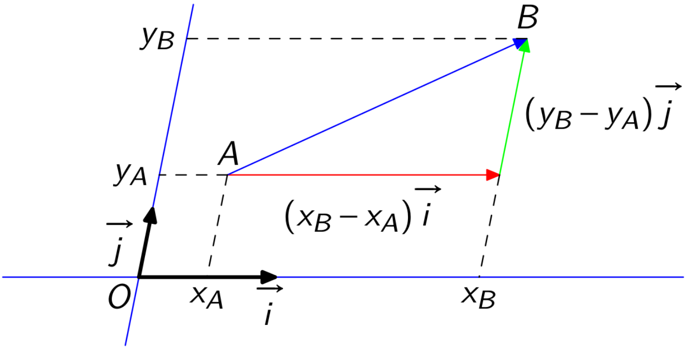
Or $\overrightarrow{AB} = x_{\overrightarrow{AB}} \overrightarrow{i} + y_{\overrightarrow{AB}} \overrightarrow{j}$

Donc...

Coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$

Théorème 11

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ *a pour coordonnées* $(x_B - x_A, y_B - y_A)$



Combinaison linéaire de vecteurs

Supposons que nous travaillons dans un repère $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ et que nous connaissons deux vecteurs et leurs coordonnées :

$$\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{w}\begin{pmatrix}9\\4\end{pmatrix}$$

On peut se demander quelles sont les coordonnées de $2\overrightarrow{u} - \overrightarrow{w}$.

Combinaison linéaire de vecteurs

Supposons que nous travaillons dans un repère $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ et que nous connaissons deux vecteurs et leurs coordonnées :

$$\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{w}\begin{pmatrix}9\\4\end{pmatrix}$$

On peut se demander quelles sont les coordonnées de $2\overrightarrow{u} - \overrightarrow{w}$.
Il suffit d'utiliser notre base.

Combinaison linéaire de vecteurs

Supposons que nous travaillons dans un repère $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ et que nous connaissons deux vecteurs et leurs coordonnées :

$$\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{w}\begin{pmatrix}9\\4\end{pmatrix}$$

On peut se demander quelles sont les coordonnées de $2\overrightarrow{u} - \overrightarrow{w}$.
Il suffit d'utiliser notre base.
$\overrightarrow{u} = 2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{j}$, donc $2\overrightarrow{u} = 4\overrightarrow{} + 6\overrightarrow{j}$

Combinaison linéaire de vecteurs

Supposons que nous travaillons dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ et que nous connaissons deux vecteurs et leurs coordonnées :

$$\vec{u}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix} \qquad \vec{w}\begin{pmatrix}9\\4\end{pmatrix}$$

On peut se demander quelles sont les coordonnées de $2\vec{u} - \vec{w}$.
Il suffit d'utiliser notre base.
$\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$, donc $2\vec{u} = 4\vec{\ } + 6\vec{j}$
$\vec{w} = 9\vec{i} + 4\vec{j}$, donc $-\vec{w} = -9\vec{i} - 4\vec{j}$

Combinaison linéaire de vecteurs

Supposons que nous travaillons dans un repère $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ et que nous connaissons deux vecteurs et leurs coordonnées :

$$\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{w}\begin{pmatrix}9\\4\end{pmatrix}$$

On peut se demander quelles sont les coordonnées de $2\overrightarrow{u} - \overrightarrow{w}$.
Il suffit d'utiliser notre base.
$\overrightarrow{u} = 2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{j}$, donc $2\overrightarrow{u} = 4\overrightarrow{} + 6\overrightarrow{j}$
$\overrightarrow{w} = 9\overrightarrow{i} + 4\overrightarrow{j}$, donc $-\overrightarrow{w} = -9\overrightarrow{i} - 4\overrightarrow{j}$
Finalement
$2\overrightarrow{u} - \overrightarrow{w} = 4\overrightarrow{i} + 6\overrightarrow{j} - 9\overrightarrow{i} - 4\overrightarrow{j} = -5\overrightarrow{i} + 2\overrightarrow{j}$

Combinaison linéaire de vecteurs

Supposons que nous travaillons dans un repère $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ et que nous connaissons deux vecteurs et leurs coordonnées :

$$\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{w}\begin{pmatrix}9\\4\end{pmatrix}$$

On peut se demander quelles sont les coordonnées de $2\overrightarrow{u} - \overrightarrow{w}$.
Il suffit d'utiliser notre base.
$\overrightarrow{u} = 2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{j}$, donc $2\overrightarrow{u} = 4\overrightarrow{\ } + 6\overrightarrow{j}$
$\overrightarrow{w} = 9\overrightarrow{i} + 4\overrightarrow{j}$, donc $-\overrightarrow{w} = -9\overrightarrow{i} - 4\overrightarrow{j}$
Finalement
$2\overrightarrow{u} - \overrightarrow{w} = 4\overrightarrow{i} + 6\overrightarrow{j} - 9\overrightarrow{i} - 4\overrightarrow{j} = -5\overrightarrow{i} + 2\overrightarrow{j}$
On **observe** donc que, sur cet exemple,

$$x_{2\overrightarrow{u}-\overrightarrow{w}} = 2x_{\overrightarrow{u}} - x_{\overrightarrow{w}} \qquad y_{2\overrightarrow{u}-\overrightarrow{w}} = 2y_{\overrightarrow{u}} - y_{\overrightarrow{w}}$$

Combinaison linéaire de vecteurs

Il reste à prouver que cela reste vrai pour n'importe quel vecteur et n'importe quelle combinaison.

Combinaison linéaire de vecteurs

Il reste à prouver que cela reste vrai pour n'importe quel vecteur et n'importe quelle combinaison.

$$\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} x_{\overrightarrow{u}} \\ y_{\overrightarrow{u}} \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{w}\begin{pmatrix} x_{\overrightarrow{w}} \\ y_{\overrightarrow{w}} \end{pmatrix}$$

Combinaison linéaire de vecteurs

Il reste à prouver que cela reste vrai pour n'importe quel vecteur et n'importe quelle combinaison.

$$\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} x_{\overrightarrow{u}} \\ y_{\overrightarrow{u}} \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{w}\begin{pmatrix} x_{\overrightarrow{w}} \\ y_{\overrightarrow{w}} \end{pmatrix}$$

Quelles sont les coordonnées du vecteur $a\overrightarrow{u} + b\overrightarrow{w}$, avec a et b des nombres réels fixés.

Combinaison linéaire de vecteurs

Il reste à prouver que cela reste vrai pour n'importe quel vecteur et n'importe quelle combinaison.

$$\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} x_{\overrightarrow{u}} \\ y_{\overrightarrow{u}} \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{w}\begin{pmatrix} x_{\overrightarrow{w}} \\ y_{\overrightarrow{w}} \end{pmatrix}$$

Quelles sont les coordonnées du vecteur $a\overrightarrow{u} + b\overrightarrow{w}$, avec a et b des nombres réels fixés.

$$a\overrightarrow{u} + b\overrightarrow{w} = a\left(x_{\overrightarrow{u}}\overrightarrow{i} + y_{\overrightarrow{u}}\overrightarrow{j}\right) + b\left(x_{\overrightarrow{w}}\overrightarrow{i} + y_{\overrightarrow{w}}\overrightarrow{j}\right)$$

Combinaison linéaire de vecteurs

Il reste à prouver que cela reste vrai pour n'importe quel vecteur et n'importe quelle combinaison.

$$\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} x_{\overrightarrow{u}} \\ y_{\overrightarrow{u}} \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{w}\begin{pmatrix} x_{\overrightarrow{w}} \\ y_{\overrightarrow{w}} \end{pmatrix}$$

Quelles sont les coordonnées du vecteur $a\overrightarrow{u} + b\overrightarrow{w}$, avec a et b des nombres réels fixés.

$$\begin{aligned} a\overrightarrow{u} + b\overrightarrow{w} &= a\left(x_{\overrightarrow{u}}\overrightarrow{i} + y_{\overrightarrow{u}}\overrightarrow{j}\right) + b\left(x_{\overrightarrow{w}}\overrightarrow{i} + y_{\overrightarrow{w}}\overrightarrow{j}\right) \\ &= ax_{\overrightarrow{u}}\overrightarrow{i} + ay_{\overrightarrow{u}}\overrightarrow{j} + bx_{\overrightarrow{w}}\overrightarrow{i} + by_{\overrightarrow{w}}\overrightarrow{j} \end{aligned}$$

Combinaison linéaire de vecteurs

Il reste à prouver que cela reste vrai pour n'importe quel vecteur et n'importe quelle combinaison.

$$\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} x_{\overrightarrow{u}} \\ y_{\overrightarrow{u}} \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{w}\begin{pmatrix} x_{\overrightarrow{w}} \\ y_{\overrightarrow{w}} \end{pmatrix}$$

Quelles sont les coordonnées du vecteur $a\overrightarrow{u} + b\overrightarrow{w}$, avec a et b des nombres réels fixés.

$$\begin{aligned}
a\overrightarrow{u} + b\overrightarrow{w} &= a\left(x_{\overrightarrow{u}}\overrightarrow{i} + y_{\overrightarrow{u}}\overrightarrow{j}\right) + b\left(x_{\overrightarrow{w}}\overrightarrow{i} + y_{\overrightarrow{w}}\overrightarrow{j}\right) \\
&= ax_{\overrightarrow{u}}\overrightarrow{i} + ay_{\overrightarrow{u}}\overrightarrow{j} + bx_{\overrightarrow{w}}\overrightarrow{i} + by_{\overrightarrow{w}}\overrightarrow{j} \\
&= \left(ax_{\overrightarrow{u}} + bx_{\overrightarrow{w}}\right)\overrightarrow{i} + \left(ay_{\overrightarrow{u}} + by_{\overrightarrow{w}}\right)\overrightarrow{j}
\end{aligned}$$

Combinaison linéaire de vecteurs

Théorème 12

Nous retiendrons donc que le vecteur $a\overrightarrow{u} + b\overrightarrow{w}$ *a pour coordonnées* $\left(ax_{\overrightarrow{u}} + bx_{\overrightarrow{w}}, ay_{\overrightarrow{u}} + by_{\overrightarrow{w}}\right)$

Combinaison linéaire de vecteurs

Théorème 12

Nous retiendrons donc que le vecteur $a\overrightarrow{u} + b\overrightarrow{w}$ *a pour coordonnées* $\left(ax_{\overrightarrow{u}} + bx_{\overrightarrow{w}}, ay_{\overrightarrow{u}} + by_{\overrightarrow{w}}\right)$

Combinaison linéaire de vecteurs

Théorème 12

Nous retiendrons donc que le vecteur $a\overrightarrow{u} + b\overrightarrow{w}$ *a pour coordonnées*
$\left(ax_{\overrightarrow{u}} + bx_{\overrightarrow{w}}, ay_{\overrightarrow{u}} + by_{\overrightarrow{w}}\right)$

Au fait, que veut dire **combinaison linéaire** à votre avis ?

Combinaison linéaire de vecteurs

Théorème 12

Nous retiendrons donc que le vecteur $a\overrightarrow{u} + b\overrightarrow{w}$ *a pour coordonnées* $\left(ax_{\overrightarrow{u}} + bx_{\overrightarrow{w}}, ay_{\overrightarrow{u}} + by_{\overrightarrow{w}}\right)$

Au fait, que veut dire **combinaison linéaire** à votre avis ?
Les coordonnées d'une combinaison de vecteurs sont égales aux combinaisons des coordonnées...

Coordonnées du milieu d'un segment

Soit I le milieu d'un segment $[A\,;\,B]$. Supposons que nous connaissions les coordonnées de A et B. Comment en déduire les coordonnées de I ?

Coordonnées du milieu d'un segment

Soit I le milieu d'un segment $[A\,;\,B]$. Supposons que nous connaissions les coordonnées de A et B. Comment en déduire les coordonnées de I ? Qui dit coordonnées de I dans $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ dit coordonnées de $\overrightarrow{OI}$ dans la base $(\overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$.

Coordonnées du milieu d'un segment

Soit I le milieu d'un segment $[A\,;\,B]$. Supposons que nous connaissions les coordonnées de A et B. Comment en déduire les coordonnées de I ?
Qui dit coordonnées de I dans $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ dit coordonnées de $\overrightarrow{OI}$ dans la base $(\overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$.
Il faudrait donc essayer de relier $\overrightarrow{OI}$ avec $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$...

Coordonnées du milieu d'un segment

Soit I le milieu d'un segment $[A\,;\,B]$. Supposons que nous connaissions les coordonnées de A et B. Comment en déduire les coordonnées de I ?
Qui dit coordonnées de I dans $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ dit coordonnées de $\overrightarrow{OI}$ dans la base $(\overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$.
Il faudrait donc essayer de relier $\overrightarrow{OI}$ avec $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$...
Que connaissez-vous comme relation vectorielle entre I, A et B ?

Coordonnées du milieu d'un segment

Par exemple $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$

Coordonnées du milieu d'un segment

Par exemple $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$
Il nous manque O...comment faire ?

Coordonnées du milieu d'un segment

Par exemple $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$
Il nous manque O...comment faire ?
La relation de CHASLES of course...

Coordonnées du milieu d'un segment

Par exemple $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$
Il nous manque O...comment faire ?
La relation de CHASLES of course...

$$\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OI} = \overrightarrow{IO} + \overrightarrow{OB}$$

Coordonnées du milieu d'un segment

Par exemple $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$
Il nous manque O...comment faire ?
La relation de CHASLES of course...

$$\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OI} = \overrightarrow{IO} + \overrightarrow{OB}$$

$$\overrightarrow{OI} - \overrightarrow{IO} = -\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}$$

Coordonnées du milieu d'un segment

Par exemple $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$
Il nous manque O...comment faire ?
La relation de Chasles of course...

$$\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OI} = \overrightarrow{IO} + \overrightarrow{OB}$$

$$\overrightarrow{OI} - \overrightarrow{IO} = -\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}$$

$$\overrightarrow{OI} + \overrightarrow{OI} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$$

Coordonnées du milieu d'un segment

Par exemple $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$
Il nous manque O...comment faire ?
La relation de Chasles of course...

$$\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OI} = \overrightarrow{IO} + \overrightarrow{OB}$$

$$\overrightarrow{OI} - \overrightarrow{IO} = -\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}$$

$$\overrightarrow{OI} + \overrightarrow{OI} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$$

$$2\overrightarrow{OI} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$$

Coordonnées du milieu d'un segment

$$\overrightarrow{OI} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})$$

Coordonnées du milieu d'un segment

$$\overrightarrow{OI} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}\right)$$

et donc

Théorème 13

Le milieu I de $[A\,;\,B]$ a pour coordonnées $\left(\dfrac{x_A + x_B}{2}, \dfrac{y_A + y_B}{2}\right)$

Sommaire

Rappelez-vous : si deux vecteurs $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{u'}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ sont colinéaires,

cela veut dire qu'il existe un réel k tel que...

Rappelez-vous : si deux vecteurs $\overrightarrow{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{u'} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ sont colinéaires,

cela veut dire qu'il existe un réel k tel que...

$$\ldots \overrightarrow{u'} = k\overrightarrow{u}$$

Rappelez-vous : si deux vecteurs $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{u'}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ sont colinéaires,

cela veut dire qu'il existe un réel k tel que...

$$\ldots \overrightarrow{u'} = k\overrightarrow{u}$$

Point de vue coordonnées, ça donne...

Rappelez-vous : si deux vecteurs $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{u'}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ sont colinéaires,

cela veut dire qu'il existe un réel k tel que...

$$\ldots\overrightarrow{u'} = k\overrightarrow{u}$$

Point de vue coordonnées, ça donne...

... $x' = kx$ et $y' = ky$

Rappelez-vous : si deux vecteurs $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{u'}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ sont colinéaires,

cela veut dire qu'il existe un réel k tel que...

$$\ldots \overrightarrow{u'} = k\overrightarrow{u}$$

Point de vue coordonnées, ça donne...
... $x' = kx$ et $y' = ky$
Que pensez-vous de $x'y - y'x$?

Rappelez-vous : si deux vecteurs $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{u'}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ sont colinéaires,

cela veut dire qu'il existe un réel k tel que...

$$\ldots \overrightarrow{u'} = k\overrightarrow{u}$$

Point de vue coordonnées, ça donne...
... $x' = kx$ et $y' = ky$
Que pensez-vous de $x'y - y'x$?
Et oui, c'est...

Théorème de Némo : déterinant de deux vecteurs

...nul

Théorème de Némo : déterinant de deux vecteurs

...nul

Théorème 14 (Théorème de Némo)

$\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{u'}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ sont colinéaires si, et seulement si,

$$x'y - yx' = 0$$

Théorème de Némo : déterminant de deux vecteurs

Définition 15 (Déterminant de deux vecteurs)

Le nombre $x'y - yx'$ est appelé **déterminant** des vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{u'}$

Théorème de Némo : déterminant de deux vecteurs

Définition 15 (Déterminant de deux vecteurs)

Le nombre $x'y - yx'$ est appelé **déterminant** des vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{u'}$

Théorème de Némo : déterminant de deux vecteurs

Définition 15 (Déterminant de deux vecteurs)

Le nombre $x'y - yx'$ est appelé **déterminant** des vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{u'}$

$$\det(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{u'}) = x'y - yx'$$

Le théorème de Némo devient :

Théorème 16 (Théorème de Némo)

$\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{u'}$ sont colinéaires si, et seulement si, leur déterminant est nul.

Théorème de Némo : déterminant de deux vecteurs

Définition 15 (Déterminant de deux vecteurs)

Le nombre $x'y - yx'$ est appelé **déterminant** des vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{u'}$

$$\det(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{u'}) = x'y - yx'$$

Le théorème de Némo devient :

Théorème 16 (Théorème de Némo)

$\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{u'}$ sont colinéaires si, et seulement si, leur déterminant est nul.

Théorème de Némo : déterminant de deux vecteurs

Définition 15 (Déterminant de deux vecteurs)

Le nombre $x'y - yx'$ est appelé **déterminant** des vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{u'}$

$$\det(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{u'}) = x'y - yx'$$

Le théorème de Némo devient :

Théorème 16 (Théorème de Némo)

$\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{u'}$ sont colinéaires si, et seulement si, leur déterminant est nul.

Pourquoi l'ai-je appelé Némo ?

Montrer que 3 points sont alignés

Est-ce que les points $A(2\,;\,3)$, $B(5\,;\,7)$ et $C(-6\,;\,-8)$ sont alignés ?

Montrer que 3 points sont alignés

Est-ce que les points $A(2\,;\,3)$, $B(5\,;\,7)$ et $C(-6\,;\,-8)$ sont alignés ?
Le théorème de Némo devrait vous aider à trouver...

Montrer que 3 points sont alignés

Est-ce que les points $A(2\,;\,3)$, $B(5\,;\,7)$ et $C(-6\,;\,-8)$ sont alignés ?
Le théorème de Némo devrait vous aider à trouver...
Regardez $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ...

Est-ce que des droites sont parallèles ?

$A(-4\,;\,-1)$, $B(4\,;\,5)$, $C(3\,;\,-2)$ et $D(7\,;\,1)$.
Est-ce que les droites (AB) et (CD) sont paralèles ?

Sommaire

Définition 17

Un repère $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ est dit **orthogonal** lorsque les droites $(O, \overrightarrow{i})$ et $(O, \overrightarrow{j})$ sont perpendiculaires.

Définition 17

Un repère $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ est dit **orthogonal** lorsque les droites $(O, \overrightarrow{i})$ et $(O, \overrightarrow{j})$ sont perpendiculaires.

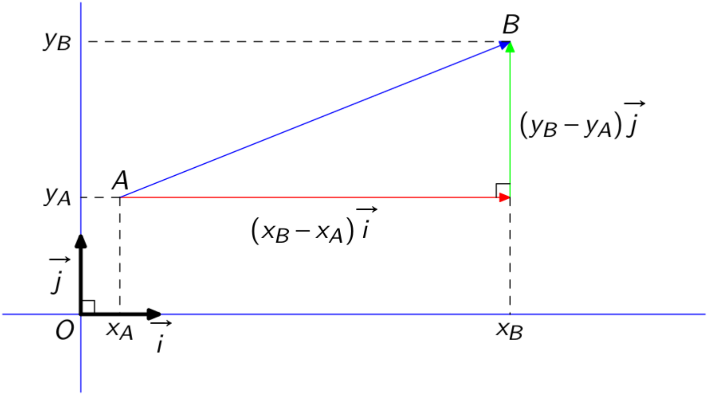
Définition 17

Un repère $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ est dit **orthogonal** lorsque les droites $(O, \overrightarrow{i})$ et $(O, \overrightarrow{j})$ sont perpendiculaires.

Un repère $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ est dit **orthonormé** lorsqu'il est orthogonal et que les vecteurs $\overrightarrow{i}$ et $\overrightarrow{j}$ sont tous deux de norme 1.

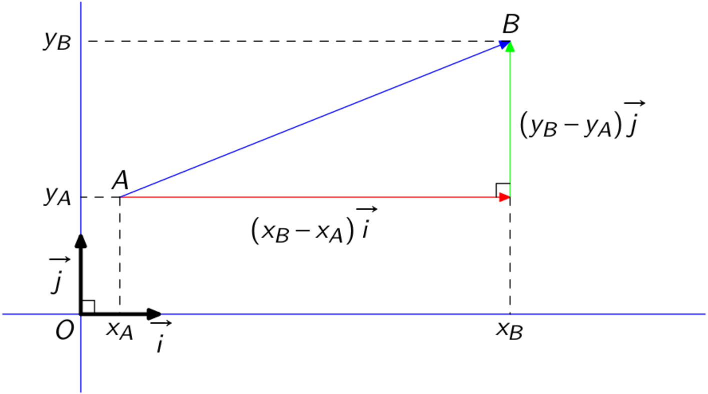
Distance dans un R.O.N.

Observez cette magnifique figure



Distance dans un R.O.N.

Observez cette magnifique figure



Pouvez-vous calculer la distance AB en fonction des coordonnées de A et de B ?

Distance dans un R.O.N.

Bon sang mais c'est bien sûr ! Grâce à notre bon vieux théorème de Pythagore !

Distance dans un R.O.N.

Bon sang mais c'est bien sûr ! Grâce à notre bon vieux théorème de Pythagore !
Effectuez la démonstration et précisez pourquoi ce calcul n'est valable que dans un R.O.N.

Montrer qu'un quadrilatère est un rectangle

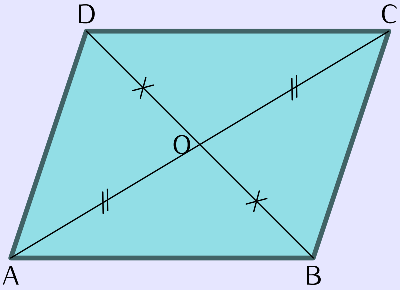
Dans un R.O.N. $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$, on considère les quatre points

$$A(-1\,;\,3) \quad B(3\,;\,\sqrt{5}) \quad C(2\,;\,-3) \quad D(-2\,;\,-\sqrt{5})$$

Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ?

Exercice 1 (« Voir » des égalités vectorielles)

Considérez avec la plus grande attention un parallèlogramme ABCD de centre O : donnez un maximum d'égalités vectorielles. En particulier, trouvez des égalités vectorielles qui permettront de caractériser[a] *le milieu d'un segment.*

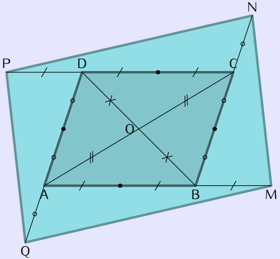


a. C'est-à-dire qui permettent de conclure que le point étudié est à coup sûr le milieu du segment étudié.

Exercice 2 (Parallèlogrammes et milieux)

ABCD est un parallélogramme de centre O. Les points M, N, P et Q sont tels que :

$$\overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} \quad \overrightarrow{BN} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BC} \quad \overrightarrow{CP} = \frac{3}{2}\overrightarrow{CD} \quad \overrightarrow{DQ} = \frac{3}{2}\overrightarrow{DA}$$

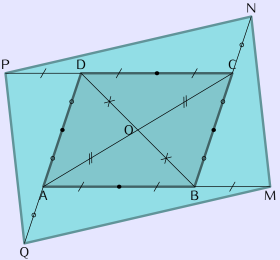


Exercice 3 (Parallélogrammes et milieux)

ABCD est un parallélogramme de centre O. Les points M, N, P et Q sont tels que :

$$\overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} \quad \overrightarrow{BN} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BC} \quad \overrightarrow{CP} = \frac{3}{2}\overrightarrow{CD} \quad \overrightarrow{DQ} = \frac{3}{2}\overrightarrow{DA}$$

- *Démontrez que $\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{DP}$.*

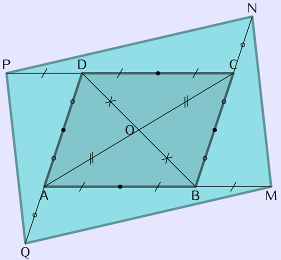


Exercice 4 (Parallèlogrammes et milieux)

ABCD est un parallélogramme de centre O. Les points M, N, P et Q sont tels que :

$$\overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} \quad \overrightarrow{BN} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BC} \quad \overrightarrow{CP} = \frac{3}{2}\overrightarrow{CD} \quad \overrightarrow{DQ} = \frac{3}{2}\overrightarrow{DA}$$

- *Démontrez que* $\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{DP}$.
- *Déduisez-en que* O *est le milieu de* $[MP]$.

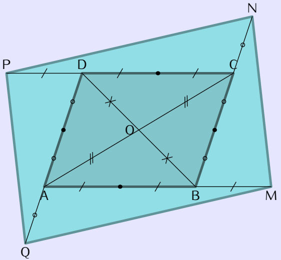


Exercice 5 (Parallèlogrammes et milieux)

ABCD est un parallélogramme de centre O. Les points M, N, P et Q sont tels que :

$$\overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} \quad \overrightarrow{BN} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BC} \quad \overrightarrow{CP} = \frac{3}{2}\overrightarrow{CD} \quad \overrightarrow{DQ} = \frac{3}{2}\overrightarrow{DA}$$

- *Démontrez que* $\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{DP}$.
- *Déduisez-en que* O *est le milieu de* $[MP]$.
- *Démontrez de même que* O *est milieu de* $[QN]$.

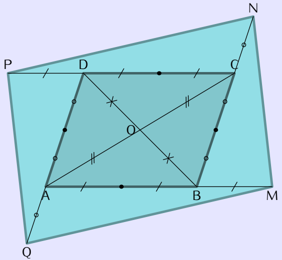


Exercice 6 (Parallélogrammes et milieux)

ABCD est un parallélogramme de centre O. Les points M, N, P et Q sont tels que :

$$\overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} \quad \overrightarrow{BN} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BC} \quad \overrightarrow{CP} = \frac{3}{2}\overrightarrow{CD} \quad \overrightarrow{DQ} = \frac{3}{2}\overrightarrow{DA}$$

- *Démontrez que $\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{DP}$.*
- *Déduisez-en que O est le milieu de $[MP]$.*
- *Démontrez de même que O est milieu de $[QN]$.*
- *Déduisez des questions précédentes la nature du quadrilatère MNPQ.*



Exercice 7 (Construction de point)

A et B sont deux points distincts du plan.
On définit le point M par la relation vectorielle : $3\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{0}$.
Exprimez $\overrightarrow{AM}$ *en fonction de* $\overrightarrow{AB}$. *Placez M.*

Exercice 8 (Construction de point)

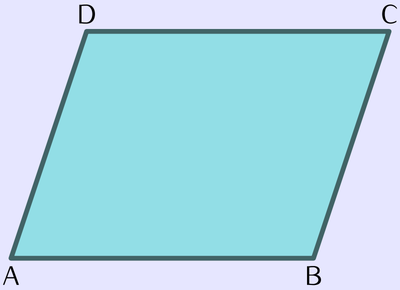
A et B sont deux points distincts du plan.
On définit le point M par la relation vectorielle : $3\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{0}$.
Exprimez $\overrightarrow{AM}$ *en fonction de* $\overrightarrow{AB}$. *Placez M.*

Idee

M « apparaît » deux fois dans l'égalité : pour pouvoir le construire, il faudrait « partir » d'un point connu et « suivre la flèche » jusqu'en M grâce à des « indications » utilisant des mouvements entre points connus...

Exercice 9 (Une base pour démontrer un alignement...)

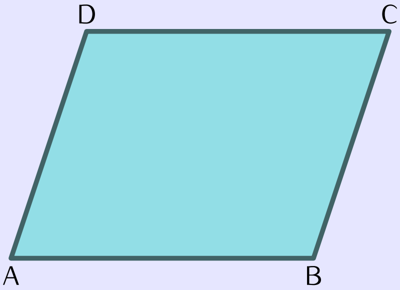
ABCD est un parallélogramme.
I est le milieu de [AB].
E est le point tel que $\overrightarrow{DE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DI}$.



Exercice 10 (Une base pour démontrer un alignement...)

$ABCD$ est un parallélogramme.
I est le milieu de $[AB]$.
E est le point tel que $\overrightarrow{DE} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{DI}$.

- *Compléter la figure suivante.*



Idee

Idee

- Il **semble** que A, E et C soient alignés. Nous voudrions le prouver. Pour cela, nous allons essayer de montrer que les vecteurs $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires. Oui, mais comment ?

Idee

- Il **semble** que A, E et C soient alignés. Nous voudrions le prouver. Pour cela, nous allons essayer de montrer que les vecteurs $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires. Oui, mais comment ?
  - Pensons base ! Il est assez naturel dans un parallélogramme de choisir $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ comme vecteurs de base : ils sont bien connus et « représentent » les directions privilégiées du parallélogramme. Le problème, c'est que E est « au milieu »... Réglons ce premier problème : à l'aide de la relation de Chasles et des données du texte, exprimez $\overrightarrow{AE}$ en n'utilisant que des points « sur les bords » du parallélogramme.

Idee

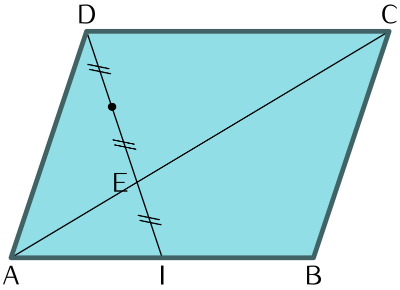
- Il **semble** que A, E et C soient alignés. Nous voudrions le prouver. Pour cela, nous allons essayer de montrer que les vecteurs $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires. Oui, mais comment ?
  - Pensons base ! Il est assez naturel dans un parallélogramme de choisir $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ comme vecteurs de base : ils sont bien connus et « représentent » les directions privilégiées du parallélogramme. Le problème, c'est que E est « au milieu »... Réglons ce premier problème : à l'aide de la relation de Chasles et des données du texte, exprimez $\overrightarrow{AE}$ en n'utilisant que des points « sur les bords » du parallélogramme.
  - Déduisez-en une expression de $\overrightarrow{AE}$ uniquement en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$, nos vecteurs de base.

Idee

- Il semble que A, E et C soient alignés. Nous voudrions le prouver. Pour cela, nous allons essayer de montrer que les vecteurs $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires. Oui, mais comment ?
  - Pensons base ! Il est assez naturel dans un parallélogramme de choisir $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ comme vecteurs de base : ils sont bien connus et « représentent » les directions privilégiées du parallélogramme. Le problème, c'est que E est « au milieu »... Réglons ce premier problème : à l'aide de la relation de Chasles et des données du texte, exprimez $\overrightarrow{AE}$ en n'utilisant que des points « sur les bords » du parallélogramme.
  - Déduisez-en une expression de $\overrightarrow{AE}$ uniquement en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$, nos vecteurs de base.
  - Exprimez également $\overrightarrow{AC}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$.

Idee

- Il **semble** que A, E et C soient alignés. Nous voudrions le prouver. Pour cela, nous allons essayer de montrer que les vecteurs $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires. Oui, mais comment ?
  - Pensons base ! Il est assez naturel dans un parallélogramme de choisir $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ comme vecteurs de base : ils sont bien connus et « représentent » les directions privilégiées du parallélogramme. Le problème, c'est que E est « au milieu »... Réglons ce premier problème : à l'aide de la relation de CHASLES et des données du texte, exprimez $\overrightarrow{AE}$ en n'utilisant que des points « sur les bords » du parallélogramme.
  - Déduisez-en une expression de $\overrightarrow{AE}$ uniquement en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$, nos vecteurs de base.
  - Exprimez également $\overrightarrow{AC}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$.
- Vous pouvez maintenant comparer $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AC}$ en fonction de vecteurs dignes de confiance et conclure...


D
C
E
A
I
B

Exercice 11 (...et pour montrer que des droites sont parallèles)

ABC est un triangle et I est le milieu du segment $[AC]$.
O est un point quelconque.

Exercice 12 (...et pour montrer que des droites sont parallèles)

ABC est un triangle et I est le milieu du segment $[AC]$.
O est un point quelconque.

- *On se propose de construire le point P tel que :*

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} - 2\overrightarrow{OB}.$$

Exercice 13 (...et pour montrer que des droites sont parallèles)

ABC est un triangle et I est le milieu du segment [AC].
O est un point quelconque.

- *On se propose de construire le point P tel que :*

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} - 2\overrightarrow{OB}.$$

  - *Justifier que* $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = 2\overrightarrow{OI}$.

Exercice 14 (...et pour montrer que des droites sont parallèles)

ABC est un triangle et I est le milieu du segment [AC].
O est un point quelconque.

- *On se propose de construire le point P tel que :*

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} - 2\overrightarrow{OB}.$$

  - *Justifier que* $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = 2\overrightarrow{OI}$.
  - *Quelle relation lie alors* $\overrightarrow{OP}$ *et* $\overrightarrow{IB}$ *?*

Exercice 15 (...et pour montrer que des droites sont parallèles)

ABC est un triangle et I est le milieu du segment [AC].
O est un point quelconque.

- *On se propose de construire le point P tel que :*

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} - 2\overrightarrow{OB}.$$

  - *Justifier que* $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = 2\overrightarrow{OI}$.
  - *Quelle relation lie alors* $\overrightarrow{OP}$ *et* $\overrightarrow{IB}$ *?*
  - *Construire P.*

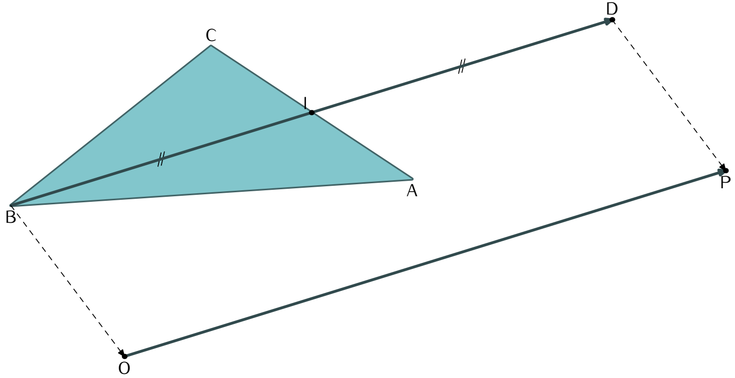
Exercice 16 (...et pour montrer que des droites sont parallèles)

ABC est un triangle et I est le milieu du segment $[AC]$.
O est un point quelconque.

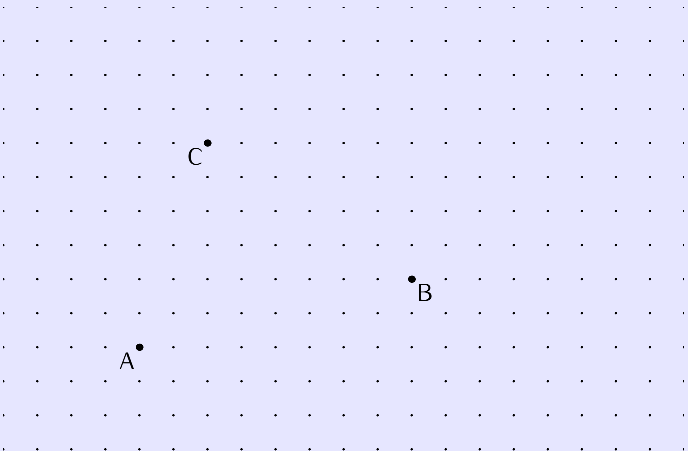
- *On se propose de construire le point P tel que :*

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} - 2\overrightarrow{OB}.$$

  - *Justifier que $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = 2\overrightarrow{OI}$.*
  - *Quelle relation lie alors $\overrightarrow{OP}$ et $\overrightarrow{IB}$?*
  - *Construire P.*
- *En déduire que (BI) et (OP) sont parallèles.*

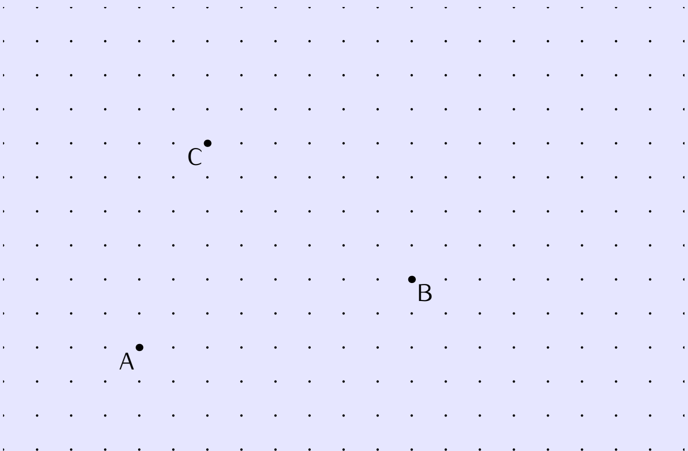

C
D
I
A
B
P
O

Exercice 17 (Dessin)



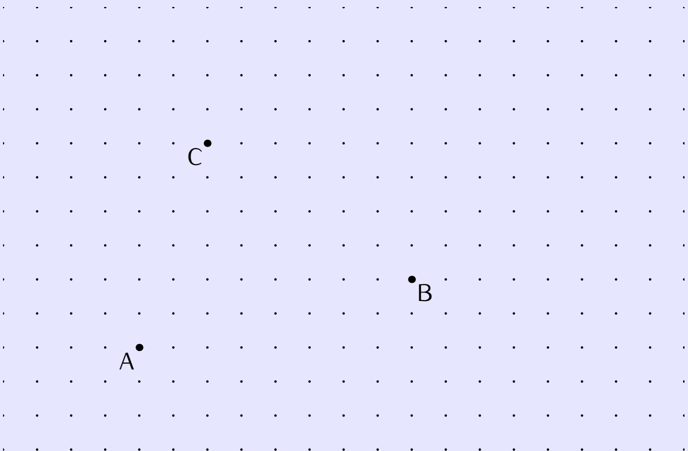
Exercice 18 (Dessin)

- *Placer le point E tel que* $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AC}$.



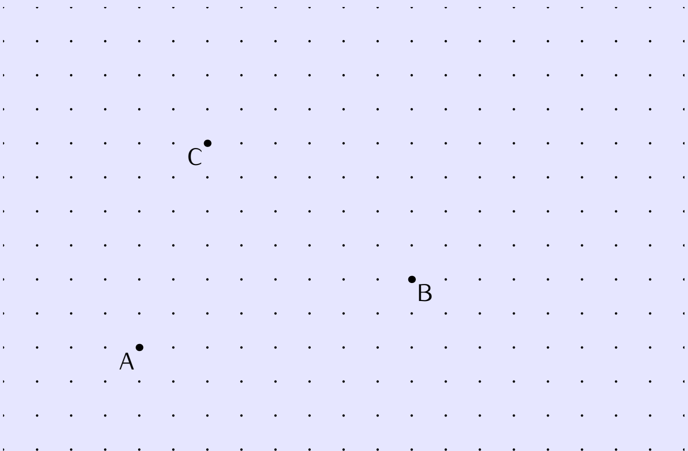
Exercice 19 (Dessin)

- *Placer le point E tel que* $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AC}$.
- *Placer le point F tel que* $\overrightarrow{BF} = -\overrightarrow{AC}$.



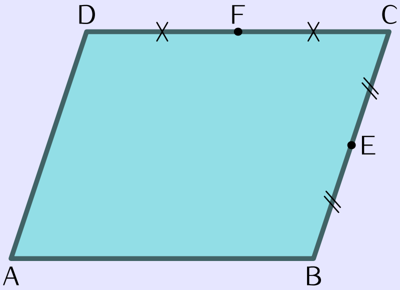
Exercice 20 (Dessin)

- *Placer le point E tel que* $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AC}$.
- *Placer le point F tel que* $\overrightarrow{BF} = -\overrightarrow{AC}$.
- *Placer le point G tel que* $\overrightarrow{BG} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA}$.



Exercice 21 (Calcul vectoriel dans un parallélogramme.)

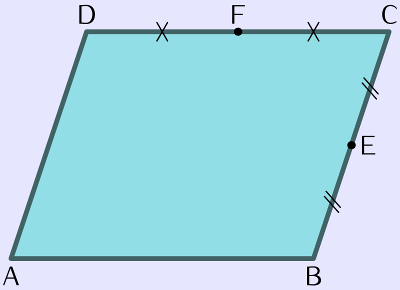
Soit $ABCD$ un parallélogramme.
Soit E le milieu de $[BC]$ et F le milieu de $[DC]$.



Exercice 22 (Calcul vectoriel dans un parallélogramme.)

Soit $ABCD$ un parallélogramme.
Soit E le milieu de $[BC]$ et F le milieu de $[DC]$.

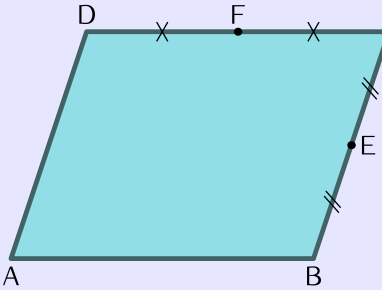
- *Montrer que* $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BC}$.



Exercice 23 (Calcul vectoriel dans un parallélogramme.)

Soit $ABCD$ un parallélogramme.
Soit E le milieu de $[BC]$ et F le milieu de $[DC]$.

- *Montrer que* $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BC}$.
- *Montrer que* $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} = \frac{3}{2}\,\overrightarrow{AC}$.



Exercice 24 (Calcul « en aveugle »)

Dans chacun des cas suivants, démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires :

Exercice 25 (Calcul « en aveugle »)

Dans chacun des cas suivants, démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ *et* $\overrightarrow{CD}$ *sont colinéaires :*

- $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{BD}$.

Exercice 26 (Calcul « en aveugle »)

Dans chacun des cas suivants, démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ *et* $\overrightarrow{CD}$ *sont colinéaires :*

- $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{BD}$.
- $2\overrightarrow{CB} - 9\overrightarrow{CA} - 7\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{0}$.

Exercice 27 (Calcul « en aveugle »)

Dans chacun des cas suivants, démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires :

- $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{BD}$.
- $2\overrightarrow{CB} - 9\overrightarrow{CA} - 7\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{0}$.
- $7\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{CB} + 5\overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{CA}$.

Exercice 28 (Avec ou sans vecteurs)

Soit ABC un triangle.

Exercice 29 (Avec ou sans vecteurs)

Soit ABC un triangle.

- *Construire les points M, N et P tels que :*
  $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}, \quad \overrightarrow{CN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA}, \quad \overrightarrow{CP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}.$

Exercice 30 (Avec ou sans vecteurs)

Soit ABC un triangle.

- *Construire les points M, N et P tels que :*
  $\overrightarrow{AM} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}, \quad \overrightarrow{CN} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{CA}, \quad \overrightarrow{CP} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{BC}.$
- *Montrer que $\overrightarrow{MN} = -\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \dfrac{2}{3}\overrightarrow{AC}$. On détaillera soigneusement les calculs.*

Exercice 31 (Avec ou sans vecteurs)

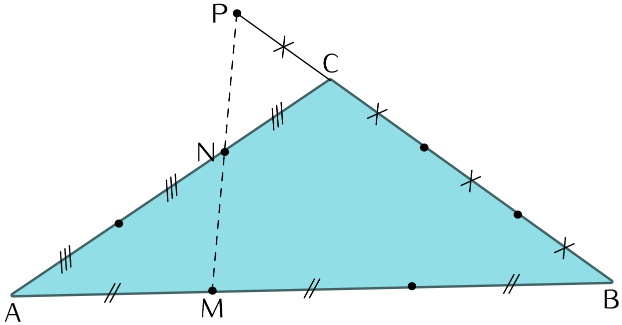
Soit ABC un triangle.

- *Construire les points M, N et P tels que :*
  $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}, \quad \overrightarrow{CN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA}, \quad \overrightarrow{CP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}.$
- *Montrer que $\overrightarrow{MN} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$. On détaillera soigneusement les calculs.*
- *Montrer que $\overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MN}$. On détaillera soigneusement les calculs. Que peut-on en conclure ?*

Exercice 32 (Avec ou sans vecteurs)

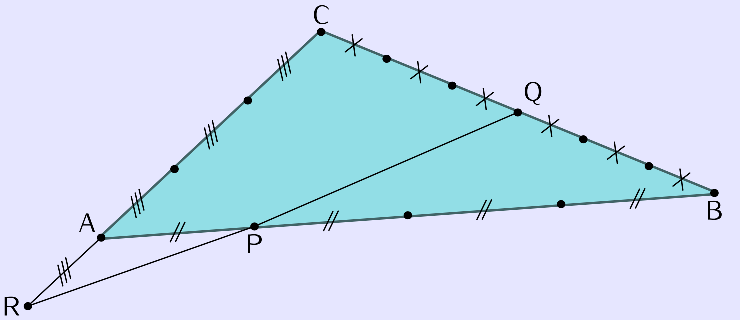
Soit ABC un triangle.

- *Construire les points M, N et P tels que :*
  $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}, \quad \overrightarrow{CN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA}, \quad \overrightarrow{CP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}.$
- *Montrer que* $\overrightarrow{MN} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$. *On détaillera soigneusement les calculs.*
- *Montrer que* $\overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MN}$. *On détaillera soigneusement les calculs. Que peut-on en conclure ?*
- *Retrouver ce résultat, sans les vecteurs, en utilisant les propriétés de géométrie plane.*


P
C
N
A
M
B

Exercice 33 (Être ou ne pas être alignés...)

Les points P, Q et R sont-ils alignés ? <



Exercice 34 (Médianes)

Préliminaire *: P,Q et R sont trois points non alignés et I est le milieu de [Q,R].*
Exprimez $\overrightarrow{PR} + \overrightarrow{PQ}$ *en fonction de* $\overrightarrow{PI}$.
ABC est un triangle quelconque. A', B' *et* C' *sont les milieux respectifs de* $[BC]$, $CA]$ *et* $[AB]$.

Exercice 35 (Médianes)

Préliminaire *: P,Q et R sont trois points non alignés et I est le milieu de [Q,R].*
Exprimez $\overrightarrow{PR} + \overrightarrow{PQ}$ *en fonction de* $\overrightarrow{PI}$.
ABC est un triangle quelconque. A', B' *et* C' *sont les milieux respectifs de* $[BC]$, $CA]$ *et* $[AB]$.

- *Calculer la somme :* $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'}$.

Exercice 36 (Médianes)

Préliminaire *: P,Q et R sont trois points non alignés et I est le milieu de [Q,R].*
Exprimez $\overrightarrow{PR} + \overrightarrow{PQ}$ *en fonction de* $\overrightarrow{PI}$ *.*
ABC est un triangle quelconque. A', B' *et* C' *sont les milieux respectifs de* $[BC]$, $CA]$ *et* $[AB]$.

- *Calculer la somme :* $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'}$.
- *M est un point quelconque du plan. Montrer que :*

$$\overrightarrow{MA'} + \overrightarrow{MB'} + \overrightarrow{MC'} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}.$$

Exercice 37 (Montrer que 3 points sont alignés)

Est-ce que les points $A(2\,;\,3)$, $B(5\,;\,7)$ *et* $C(-6\,;\,-8)$ *sont alignés ?*

Exercice 38 (Montrer que 3 points sont alignés)

Est-ce que les points $A(2\,;\,3)$, $B(5\,;\,7)$ *et* $C(-6\,;\,-8)$ *sont alignés ?*

Idee

Le théorème de Némo devrait vous aider à trouver...
Regardez $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ...

Exercice 39 (Est-ce que des droites sont parallèles ?)

$A(-4\,;\,-1)$, $B(4\,;\,5)$, $C(3\,;\,-2)$ et $D(7\,;\,1)$.
Est-ce que les droites (AB) et (CD) sont paralèles ?

Exercice 40 (Montrer qu'un quadrilatère est un rectangle)

Dans un R.O.N. $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$*, on considère les quatre points*

$$A(-1\,;\,3) \quad B(3\,;\,\sqrt{5}) \quad C(2\,;\,-3) \quad D(-2\,;\,-\sqrt{5})$$

Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ?