Devoir Surveillé n°2 — **Samedi 8 novembre 2008**

2$^{\text{nde}}$12 — **2 heures**

Exercice 1

Comparez les nombres suivant en utilisant si nécessaire les théorèmes du cours. Vous détaillerez les opérations effectuées.

1. $12x^2+7$ et $6x^2+5$;

2. $\dfrac{12}{7}$ et $\dfrac{7}{4}$;

3. $\dfrac{9,01}{10^{53}}$ et $\dfrac{90,11}{10^{54}}$;

4. On suppose dans cette question que x et y sont deux réels strictement positifs tels que $x<y$.

a) $-5x+4$ et $-5y+4$;

b) $\dfrac{7}{x}$ et $\dfrac{7}{y}$;

c) $2x^2-1$ et $2y^2-1$;

d) $\dfrac{7}{4x^2}-5$ et $\dfrac{7}{4y^2}+1$.

Exercice 2

On considère les expressions $\mathrm{A}(x)$ et $\mathrm{B}(x)$ définies pour tout x par :

$$\mathrm{A}(x)=(x-2)(2x+3)-(4x^2-9) \quad \text{et} \quad \mathrm{B}(x)=\left(x+\frac{1}{4}\right)^2-\frac{25}{16}$$

1. Développer et réduire $\mathrm{A}(x)$ et $\mathrm{B}(x)$.

2. Factoriser $\mathrm{A}(x)$ et $\mathrm{B}(x)$.

3. Résoudre dans l'ensemble des nombres réels l'équation $\mathrm{B}(x)=0$.

4. Étudiez le signe de $(2x+3)(-x+1)$.

Exercice 3

On donne :

$t=(\sqrt{2}-\sqrt{7})(\sqrt{2}+\sqrt{7})$ $\quad u=\dfrac{1}{2}+\dfrac{7}{5}\times\dfrac{3}{4}$ $\quad v=\dfrac{\dfrac{2}{3}+1}{2-\dfrac{1}{6}}$

1. Calculer t, u et v et donner les résultats sous la forme la plus simple possible.

2. Compléter le tableau ci-dessous à l'aide des symboles $\in$ (appartient) et $\notin$ (n'appa rtient pas) :

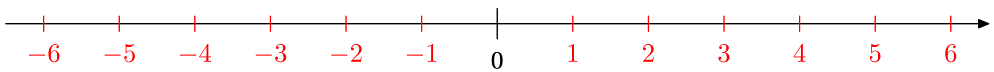
Ensembles	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{D}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}$
t					
u					
v					

Exercice 4

1. On donne les intervalles $\mathrm{I}=]-3;3]$ et $\mathrm{J}=]-\infty;1]$

a) Compléter avec $\in$ ou $\notin$: $\quad -\pi$............I $\quad \sqrt{2}-1$............J

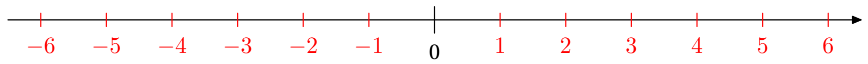
b) Dessiner en vert l'intervalle I et en rouge l'intervalle J sur la droite graduée :



c) Déterminer $\mathrm{I}\cap\mathrm{J}$ et $\mathrm{I}\cup\mathrm{J}$

2. On donne les intervalles $\mathrm{I}=]-1;4[$ et $\mathrm{J}=[-3;+\infty[$

a) Dessiner en vert l'intervalle I et en rouge l'intervalle J sur la droite graduée :



b) Déterminer $I \cap J$ et $I \cup J$

Exercice 5

Voici le tableau de signe d'une certaine expression :

x	-1		1		2		3		4
Signe de $F(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

1. Quel est le signe de $F(x)$ quand $x = \dfrac{5}{2}$? Quand $x = \pi$?
2. Résolvez sur $[-1\,;\,4]$ l'inéquation $F(x) \leqslant 0$;
3. Parmi les expressions suivantes, quelle(s) est (sont) celle(s) qui NE peut(vent) PAS correspondre à $F(x)$?
   - $f_1(x) = -x^2 + 3x - 2$
   - $f_2(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$
   - $f_3(x) = -x^3 + 6x^2 - 11x + 6$
   - $f_4(x) = (x-1)(x-2)(x-3)(x-5)$

   Vous justifierez vos réponses.

Exercice 6

Déterminer le signe des quotients suivants en fonction de la valeur de x et donner le résultat sous forme de tableau.

1. $\dfrac{2x+7}{(-3x+1)(x^2+\pi)}$;
2. $\dfrac{(x+9)(x^2-4)}{-5x}$.

Exercice 7

On donne ci-dessous 6 inéquations :

1. $-2 < x < 4$;
2. $x \geqslant -2,5$;
3. $0 \leqslant x < 3,8$;
4. $-3 \leqslant x \leqslant -0,5$;
5. $x > 0$;
6. $x \geqslant -3$.

Donner l'intervalle de $\mathbb{R}$ défini par chaque inéquation.

Exercice 8

1. Résoudre dans $\mathbb{Z}$ l' inéquation :

$$-1 \leqslant \frac{4x-3}{5} \leqslant 2$$

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l' inéquation :

$$-1 \leqslant \frac{4x-3}{5} \leqslant 2$$

Exercice 9

Quel était l'animal préféré de Louis II de Bavière ?

Bon week-end