Devoir Surveillé n°2 — Jeudi 23 octobre 2008
BTS domotique 1 — 1 heure

Exercice 1

Déterminez les dérivées de fonctions suivantes en factorisant au maximum les résultats trouvés :

1. $f(t) = \cos^3\left(5t + \frac{\pi}{4}\right)$

2. $g(\omega) = \frac{(\omega+1)^2}{\omega^2+\omega+1}$

3. $h(\theta) = -2\theta + 3 - \frac{1}{\theta}$

4. $j(x) = \frac{x^2 e^x}{x+1}$

5. $k(x) = (x+1)e^{-x+1}$

6. $m(x) = \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$

Exercice 2

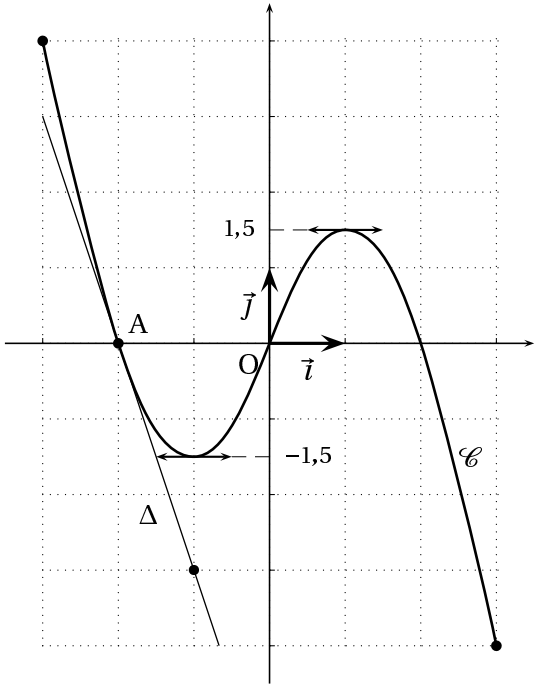
Déterminez une équation de la tangente au point d'abscisse a à la courbe représentative $\mathscr{C}$ de la fonction f définie par

$$f : t \mapsto \frac{4t^2}{t^2+1} \qquad a = 2$$

Exercice 3

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $\left(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, on considère la courbe $\mathscr{C}$ représentant une fonction f définie et dérivable sur $[-3;3]$. La droite Δ est tangente à $\mathscr{C}$ au point A$(-2;0)$ (voir figure ci-dessous).

1. Par lecture graphique, déterminer :
   a) $f(1)$, $f(3)$, $f'(-2)$, $f'(1)$;
   b) le signe de $f'(2)$ puis le signe de $f'(0)$.
2. Dresser le tableau de signe :
   a) de f ;
   b) de f'.
3. Dresser le tableau de variations de f.



Exercice 4

La fréquence du son fondamental d'une corde vibrante est donnée par la formule

$$N = \frac{1}{2\ell}\sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

où ℓ est la longueur de la corde, F sa tension et μ sa masse par unité de longueur.
Donnez l'expression de l'erreur relative $\frac{dN}{N}$ en fonction des erreurs $d\ell$, dF et $d\mu$.