Devoir surveillé de mathématiques n°1 - 2$^{\text{nde}}$ 8

Среда 25 сентябрьский - **CORRIGÉ**

Упражнение 1

Répondre par vrai ou faux en justifiant vos réponses :

1. Un entier est positif. FAUX : -2 est un entier.
2. Un entier n'est pas un décimal. FAUX : si k est un entier, il peut s'écrire sous la forme $k = \frac{k}{10^0}$: c'est donc aussi un décimal.
3. Un décimal est un rationnel. VRAI : un décimal est le rapport d'un entier et d'une puissance de 10, c'est donc en particulier le rapport de deux entiers et donc c'est un rationnel.
4. Un quotient de deux nombres est un rationnel. FAUX : cela peut être faux. Par exemple, $\frac{\sqrt{2}}{2}$ est un quotient de deux nombres mais n'appartient pas à $\mathbb{Q}$.
5. Un nombre peut être à la fois un entier naturel et un entier relatif. VRAI : tout entier naturel est en particulier un entier relatif positif.
6. 3 est un nombre rationnel. VRAI : $3 = \frac{30}{10} \in \mathbb{Q}$.

Упражнение 2

On considère tous les nombres compris entre -4 et 3 inclus.

1. Combien cet intervalle contient-il d'éléments de $\mathbb{N}$? Il en contient 4 : 0, 1, 2 et 3.
2. Combien cet intervalle contient-il d'éléments de $\mathbb{Z}$? Il en contient 8 : -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2 et 3.
3. Combien cet intervalle contient-il d'éléments de $\mathbb{Q}$? Une infinité.
4. Citer un élément de cet intervalle qui soit entier non naturel. -2
5. Citer un élément de cet intervalle qui soit un rationnel non décimal. $\frac{1}{3}$
6. Citer un élément de cet intervalle qui soit un réel mais pas un rationnel. $\sqrt{2}$

Упражнение 3

On donne un rectangle STUV dont les dimensions exactes en centimètres sont :

$$\mathrm{ST} = \mathrm{L} = 16 + 4\sqrt{2} \text{ et } \mathrm{TU} = \ell = 16 - 4\sqrt{2}.$$

Calculer, en détaillant et en donnant les valeurs exactes des résultats :

1. Le périmètre $\mathscr{P}$ du rectangle STUV en centimètres. $\mathscr{P} = 2(\mathrm{L} + \ell) = 2 \times 32 = 64$
2. L'aire $\mathscr{A}$ du rectangle STUV en centimètres carrés. $\mathscr{A} = \mathrm{L} \times \ell = \left(16 + 4\sqrt{2}\right)\left(16 - 4\sqrt{2}\right) = 16^2 - \left(4\sqrt{2}\right)^2 = 224$
3. La longueur d de la diagonale du rectangle STUV en centimètres.
   $d^2 = \mathrm{L}^2 + \ell^2 = 16^2 + 2 \times 16 \times 4\sqrt{2} + \left(4\sqrt{2}\right)^2 + 16^2 - 2 \times 16 \times 4\sqrt{2} + \left(4\sqrt{2}\right)^2 = 2 \times 288 = 576$, donc $d = \sqrt{576} = 24$

Упражнение 4

Compléter toutes les cases du tableau suivant par le symbole $\in$ ou $\notin$

	$\frac{35}{7}=5$	$\frac{27}{100}$	$\frac{\sqrt{5}+3\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=4$	$1+2\sqrt{3}$	$-\frac{1+2}{3}=-1$	$\frac{12}{7+5}=1$	$\sqrt{5^2-4^2}=3$	$(1+\sqrt{5})(1-\sqrt{5})=-4$	$\frac{3+2\sqrt{3}}{4-\sqrt{3}}$	$\frac{341}{19}$
$\mathbb{N}$	$\in$	$\notin$	$\in$	$\notin$	$\notin$	$\in$	$\in$	$\notin$	$\notin$	$\notin$
$\mathbb{Z}$	$\in$	$\notin$	$\in$	$\notin$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$	$\notin$	$\notin$
$\mathbb{D}$	$\in$	$\in$	$\in$	$\notin$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$	$\notin$	$\notin$
$\mathbb{Q}$	$\in$	$\in$	$\in$	$\notin$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$	$\notin$	$\in$
$\mathbb{R}$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$

Упражнение 5

1. Montrer que $\sqrt{1+\frac{3}{5}}\times\sqrt{1-\frac{3}{5}}$ est rationnel.
$\sqrt{1+\frac{3}{5}}\times\sqrt{1-\frac{3}{5}}=\sqrt{\left(1+\frac{3}{5}\right)\left(1-\frac{3}{5}\right)}=\sqrt{\left(1^2-\left(\frac{3}{5}\right)^2\right)}=\sqrt{\frac{16}{25}}=\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}}=\frac{4}{5}$.

2. Montrer que $\left(3\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{23}+3\sqrt{2}\right)$ et $\left(\sqrt{2}+\sqrt{8}\right)^2$ sont des entiers.$\left(3\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{3}+3\sqrt{2}\right)=3\sqrt{6}+9\sqrt{4}-\sqrt{9}-3\sqrt{6}=15$
$\left(\sqrt{2}+\sqrt{8}\right)^2=2+2\sqrt{16}+8=18$

3. Montrer que $\left(\sqrt{\frac{2}{5}}-\sqrt{\frac{5}{2}}\right)^2$ est un rationnel.
$\left(\sqrt{\frac{2}{5}}-\sqrt{\frac{5}{2}}\right)^2=\frac{2}{5}-2\sqrt{\frac{2}{5}\times\frac{5}{2}}+\frac{5}{2}=\frac{2}{5}-2+\frac{5}{2}=\frac{9}{10}$

4. Plus généralement,montrer que les nombres $\left(\sqrt{\frac{a}{c}}-\sqrt{\frac{c}{a}}\right)^2$ et $\left(\sqrt{\frac{a}{c}}+\sqrt{\frac{c}{a}}\right)^2$ le sont aussi.
$\left(\sqrt{\frac{a}{c}}-\sqrt{\frac{c}{a}}\right)^2=\frac{a}{c}-2\sqrt{\frac{a}{c}\times\frac{c}{a}}+\frac{c}{a}=\frac{a^2-2ac+c^2}{ca}=\frac{(a-c)^2}{ac}$
$\left(\sqrt{\frac{a}{c}}+\sqrt{\frac{c}{a}}\right)^2=\frac{a}{c}+2\sqrt{\frac{a}{c}\times\frac{c}{a}}+\frac{c}{a}=\frac{a^2+2ac+c^2}{ca}=\frac{(a+c)^2}{ac}$

Упражнение 6

Un fil de section S comporte n électrons par unité de volume se déplaçant à la vitesse v.
L'intensité I du courant circulant dans ce fil est donnée en ampère par la formule :

$$I=nSqv$$

où q désigne une charge électrique.
On donne :
$n=6\times10^{26}\ m^{-3}$
$q=1,5\times10^{-19}$ C
$v=2\times10^{-3}\ m.s^{-1}$
$S=1,2\times10^{-6}\ m^2$.

1. Faire le calcul de I, en ampère, à l'aide de la calculatrice, et donner le résultat.0,216

2. Faire le calcul à la main en détaillant les étapes.
$6\times10^{26}\times1,5\times10^{-19}\times2\times10^{-3}\times1,2\times10^{-6}=(6\times1,5\times2\times1,2)\times10^{26-19-3-6}=21,6\times10^{-2}=0,216$

Упражнение 7

Écrire le nombre suivant sans radical au dénominateur : $A=\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$.

$A=\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=\frac{\left(2+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)}=\frac{2\sqrt{3}+2\sqrt{2}+3+\sqrt{6}}{3-2}=2\sqrt{3}+2\sqrt{2}+3+\sqrt{6}$

Упражнение 8

Écrire sous forme de fraction irréductible : $B = \dfrac{1+\dfrac{1}{2}}{1+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{3}}}$.

$$B = \frac{\frac{2+1}{2}}{1+\frac{1}{\frac{3+1}{3}}} = \frac{\frac{3}{2}}{1+\frac{1}{\frac{4}{3}}} = \frac{\frac{3}{2}}{1+\frac{3}{4}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{7}{4}} = \frac{3}{2}\times\frac{4}{7} = 3\times\frac{2}{7} = \frac{6}{7}$$

Упражнение 9

Soit ABC un triangle tel que $AB = \sqrt{5}-\sqrt{3}$, $AC = \sqrt{5}+2\sqrt{3}$ et $BC = 5\sqrt{5}$.

1. Donner à l'aide de la calculatrice un encadrement à 10^{-2} près de chacun des côtés.
$0,50 < AB < 0,51$ $5,70 < AC < 5,71$ $11,18 < BC < 11,19$

2. Donner les valeurs exactes de AB^2, AC^2 et BC^2.
$AB^2 = 5-2\sqrt{5}\sqrt{3}+3 = 8-2\sqrt{15}$ $AC^2 = 5+2\times2\sqrt{3}\sqrt{5}+4\times3 = 17+4\sqrt{15}$ $BC^2 = 25\times5 = 125$

3. Le triangle ABC est-il rectangle ? $AB^2+AC^2 = 25+2\sqrt{15} \neq BC^2$ donc le triangle n'est pas rectangle.

Упражнение 10

Я люблю мои утчелник а он дурак ? Правда !