

Fiche 2: nombres complexes

Exercice 1 :

Déterminer les nombres complexes z tels que les points M , M' et M'' d'affixes respectives z , $\frac{1}{z}$ et $(z - 1)$ soient sur un même cercle de centre O .

Exercice 2 : Déterminer et représenter l'ensemble des points M d'affixe z vérifiant :

1. $|z - 1| \leq 3$
2. Puis $|z - 1| < |z + 1 - 2i|$

Exercice 3 :

Montrer que pour tout complexe z et z' on a la relation $|z + z'|^2 + |z - z'|^2 = 2(|z|^2 + |z'|^2)$.

Exercice 4 :

PARTIE A

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct.

Pour réaliser la figure on prendra pour unité graphique 1 cm.

Soit P le point d'affixe p avec $p = 10$ et Γ le cercle de diamètre $[OP]$.

On désigne par Ω le centre du cercle Γ .

Soient A , B et C les points d'affixes respectives $a = 5 + 5i$, $b = 1 + 3i$ et $c = 8 - 4i$.

1. Montrer que les points A , B et C sont sur le cercle Γ .
2. Soit D le point d'affixe $2 + 2i$.

Montrer que D est le projeté orthogonal de O sur la droite (BC) .

PARTIE B

A tout point $M(z)$ du plan distinct de O on fait correspondre le point $M'(z')$ tel que $z' = \frac{20}{\bar{z}}$.

1. Montrer que les points O , M et M' sont alignés.
2. Soit Δ la droite d'équation $x = 2$ et M un point de Δ d'affixe z .

On se propose de déterminer géométriquement le point M' associé au point M .

- (a) Vérifier que $z + \bar{z} = 4$
- (b) Exprimer $z' + \bar{z}'$ en fonction de z et \bar{z} , puis en déduire que : $5(z' + \bar{z}') = z' \bar{z}'$.
- (c) En déduire que M' appartient à l'intersection de la droite OM et du cercle Γ .
Placer M' sur la figure.